

## מתמטיקה

### על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

### שאלון ראשון מ-5 יחידות לימוד

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- |           |   |                            |   |               |   |            |
|-----------|---|----------------------------|---|---------------|---|------------|
| פרק ראשון | — | אלגברה והסתברות            | — | $20 \times 2$ | — | 40 נקודות  |
| פרק שני   | — | גאומטריה וטריגונומטריה     |   |               |   |            |
|           |   | במישור                     |   |               |   |            |
| פרק שלישי | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי | — | $20 \times 2$ | — | 40 נקודות  |
|           |   | סה"כ                       |   |               | — | 100 נקודות |
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
  - (2) שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
  - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
  - (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
  - הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
  - (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מן המשגיח. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

המשך מעבר לדף ◀

## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

### פרק ראשון — אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. שני הטכנאים גל ודני עבדו בהרכבת מחשבים. קצב העבודה של כל אחד מהם קבוע.
  - א. ביום העבודה הראשון הרכיבו שני הטכנאים אותו מספר של מחשבים.  
גל התחיל לעבוד בשעה 8:00, וסיים לעבוד בשעה 15:00.  
דני התחיל לעבוד לאחר השעה 8:00 ולפני השעה 9:00, וסיים לעבוד בשעה 13:00.  
ידוע שגל ודני הרכיבו אותו מספר של מחשבים מהרגע שכל אחד מהם התחיל לעבוד ועד השעה 9:00.  
כמה זמן אחרי השעה 8:00 התחיל דני לעבוד?
  - ב. ביום העבודה השני, התחילו גל ודני לעבוד באותה שעה וסיימו לעבוד באותה שעה.  
ביום זה הם הרכיבו סך הכל יחד את אותו מספר מחשבים שהרכיבו יחד ביום העבודה הראשון.  
כמה זמן עבדו הטכנאים ביום העבודה השני?

## המשך בעמוד 3

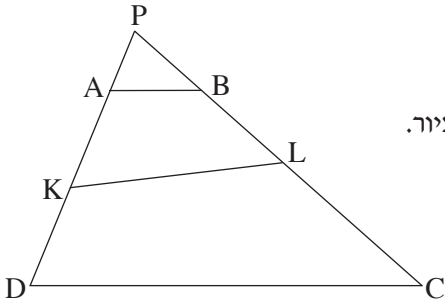
2. נתונה סדרה חשבונית שיש בה  $n$  איברים. הפרש הסדרה הנתונה הוא 3 ,
- א. בין כל שני איברים עוקבים הכניסו איבר אחד נוסף, ונוצרה סדרה חשבונית חדשה.
- (1) הראה כי היחס בין סכום האיברים בסדרה החדשה לסכום האיברים בסדרה הנתונה הוא  $\frac{2n-1}{n}$ .
- (2) נתון כי היחס שמופיע בתת-סעיף (1) שווה ל-1.9 .
- סכום של כל האיברים שהכניסו לסדרה הנתונה הוא 130.5 .
- מצא את האיבר הראשון בסדרה הנתונה.
- ב. יוצרים סדרה חשבונית נוספת על ידי הכנסת  $k$  איברים בין כל שני איברים עוקבים של הסדרה הנתונה. הבע באמצעות  $k$  את הפרש הסדרה המתקבלת.
3. שחמט הוא משחק בין שני שחקנים שיכול להסתיים בניצחון של אחד מהם או בתיקו. יעל ואנה משחקות זו מול זו בטורניר שחמט בשני סבבים. ההסתברות של כל אחת מן השחקניות לנצח במשחק בודד היא קבועה בכל הטורניר.
- א. בסבב הראשון יש 4 משחקים. ההסתברות שיעל תנצח ב-2 משחקים או ב-3 משחקים גדולה פי 10 מן ההסתברות שיעל תנצח ב-4 משחקים. חשב את ההסתברות שיעל תנצח במשחק בודד.
- בסבב השני יש 2 משחקים.
- ההסתברות שתוצאת הסבב השני תהיה שוויון – היא 0.34 .
- ב. מהי ההסתברות שאנה תנצח במשחק בודד?
- ג. חשב את ההסתברות שאנה תנצח במשחק השני, אם ידוע שתוצאת סבב זה היא שוויון.

## ◀ המשך בעמוד 4

**פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור** (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. נתון משולש PDC.

הנקודות B ו-L מונחות על הצלע PC.

הנקודות A ו-K מונחות על הצלע PD, כמתואר בציור.

נתון כי המרובע ABLK הוא בר־חסימה במעגל.

וגם המרובע KLCD הוא בר־חסימה במעגל.

א. הוכח:  $AB \parallel DC$ .

נתון:  $PA = 3$  ס"מ,  $PB = 4$  ס"מ.

שטח המשולש ABP הוא S סמ"ר,

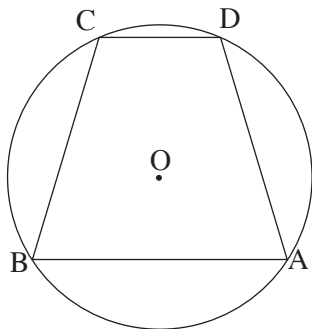
שטח המרובע ABCD הוא 24S סמ"ר.

ב. האם אפשר לחסום במעגל את המרובע ABCD? נמק.

ג. מצא את אורך הצלע PD.

ד. נתון גם:  $BL = 5$  ס"מ.

היעזר בדמיון משולשים והבע באמצעות S את שטח המרובע KLCD.



5. במעגל חסום טרפז ABCD ( $AB \parallel DC$ ).

מרכז המעגל O בתוך הטרפז (ראה ציור).

רדיוס המעגל הוא R וגובה הטרפז הוא h.

נתון:  $\angle BOA = 3\alpha$ ,  $\angle COD = \alpha$ .

א. הבע באמצעות  $\alpha$  את  $\angle DAB$ .

ב. הבע את האורך של שוק הטרפז באמצעות  $\alpha$  ו-R.

ג. הבע את האורך של שוק הטרפז באמצעות  $\alpha$  ו-h.

ד. נתון כי שטח המשולש COD הוא  $\frac{h^2}{12 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}$ . מצא את  $\alpha$ .

**פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות  
ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).  
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{2\cos^2 x - 1}{2\cos^2 x}$ .

א. בתחום  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ :

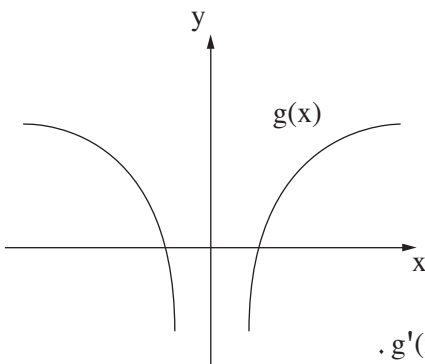
- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לציר ה־ $x$  (אם יש כאלה).
- (3) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה־ $x$  (אם יש כאלה).
- (4) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

וקבע את סוגן.

ב. בתחום  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ :

- (1) הראה שפונקציה  $f(x)$  היא זוגית.
  - (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. מצא את השטח ברביע הראשון המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ ,  
על ידי ציר ה־ $x$  ועל ידי ציר ה־ $y$ .

## המשך בעמוד 6 ◀



7. בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $g(x)$ .

הפונקציות  $g(x)$ ,  $g'(x)$ ,  $g''(x)$

מוגדרות לכל  $x$  השונה מ-0,

ואין להן נקודות קיצון או נקודות פיתול.

הישר  $x = 0$  הוא האסימפטוטה האנכית

לכל אחד מן הגרפים של הפונקציות האלה.

א. (1) סרטוט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ .

נמק את שיקולך.

(2) סרטוט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת השנייה  $g''(x)$ . נמק את שיקולך.

נתון כי השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה  $g''(x)$ ,

על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = 1$  ו- $x = 2$  שווה ל-5.25.

ב. הישר  $x = 1$  חותך את הגרף של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$  בנקודה A,

והישר  $x = 2$  חותך גרף זה בנקודה B.

מצא את ההפרש בין שיעור ה- $y$  של הנקודה A ובין שיעור ה- $y$  של הנקודה B. נמק.

ג. הביטוי  $y = \frac{a}{x^3}$  מתאר אחת מן הפונקציות  $g(x)$ ,  $g'(x)$ ,  $g''(x)$ .

a הוא פרמטר גדול מ-0.

(1) קבע איזו מן הפונקציות הביטוי מתאר. נמק את קביעתך.

(2) מצא את הערך של a.

8. במשולש ישר זווית ABC ( $\sphericalangle ABC = 90^\circ$ ) אורך היתר הוא k ס"מ (k הוא פרמטר).

הניצב AB הוא גם יתר במשולש ADB, שהוא שווה שוקיים וישר זווית ( $\sphericalangle ADB = 90^\circ$ ).

א. סמן  $AB = x$  והבע את BC באמצעות x ו-k.

ב. נתון כי הערך המקסימלי של המכפלה  $BC \cdot AD^2$  הוא  $3\sqrt{3}$ .

מצא את שטח המשולש ADB (ערך מספרי), כאשר המכפלה  $BC \cdot AD^2$  היא

מקסימלית.

## בהצלחה!