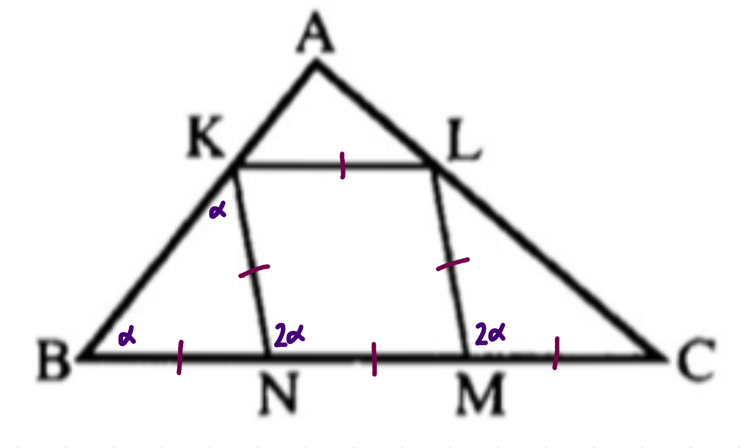
ספר בני גורן- הנדסה ב׳ - מעוין שאלה 9 עמ׳ 101



בתוך משולש ABC חסום
מעוין KLMN.
נתון: BN = NM = MC.
הוכח: המשולש ABC הוא ישר זווית.

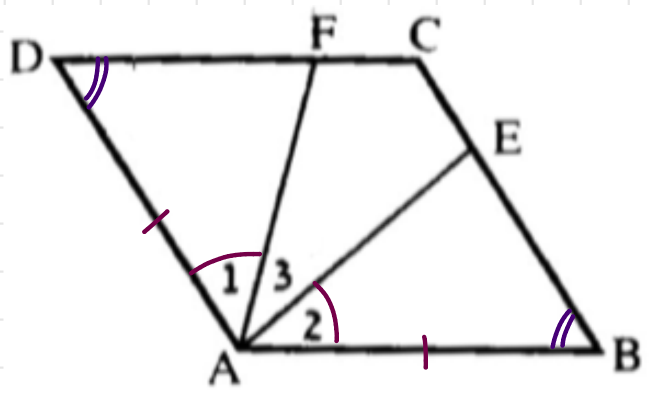
معطى: KLMN معين (KL=LM=MN=NK)
BN=NM=MC

برهن: ΔABC مثلث قائم الزاوية

	إدعاء	شرح
(1)	$\measuredangle KNB=180°-2\alpha$	نفرض $\measuredangle B=\alpha$, ΔBKN هو مثلث متساوي الساقين لذلك زوايا القاعدة متساوية : $\measuredangle KBN=\measuredangle BKN=\alpha$ مجموع زوايا المثلث ΔBKN هو 180°
(2)	$\measuredangle KNM=2\alpha$	المكمّل لـ 180° + ادعاء 1
(3)	$\measuredangle LMC=\measuredangle KMN=2\alpha$	KLMN هو معين , اذاً كل زوج اضلاع متقابلة متوازية اذاً ينتج زوايا متناظرة متساوية
(4)	$\measuredangle LCM=90°-\alpha$	ΔLCM متساوي الساقين لذلك زوايا القاعدة متساوية ومجموع زوايا المثلث 180°.
(5)	$\measuredangle A=90°$	مجموع زوايا المثلث ΔABC هو 180°.

وهو المطلوب

ספר בני גורן- הנדסה ב' - מעוין שאלה 10 עמ' 102



המרובע ABCD הוא מעוין. E ו-F הן בהתאמה נקודות על הצלעות BC ו-DC כך ש-$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$.

א. הוכח: המרובע AECF הוא דלתון.

ב. ~~נתון:~~ $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_3$.

חשב את זויות המעוין במקרים הבאים אם נתון:

(1) $AF \perp DC$ (2) ~~$AE = DC$~~

معطى: ABCD معين $(AD=DC=CB=BA)$

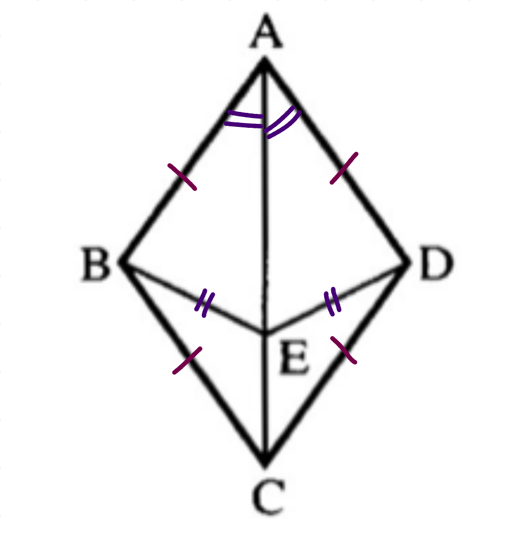
$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$

مطلوب: أ. برهن انّ AECF دالتون

	إدعاء	شرح
(1)	$\sphericalangle B = \sphericalangle D$	ABCD معين ← كل زوج زوايا متقابلة متساوية
(2)	$\Delta DFA \cong \Delta BEA$ حسب ز.ض.ز	ز. $\sphericalangle D = \sphericalangle B$ ادعاء 1 ض. $DA = AB$ معطى ز. $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$ معطى
(3)	$DF = EB$, $FA = AE$	من التطابق بادعاء 2
(4)	$FC = CE$	من المعطى $DC = CB$ وادعاء 3 $DF = EB$
(5)	AECF دالتون	هو شكل رباعي به ضلعان متجاوران متساويان والضلعان الآخران ايضاً متساويان اذا هو دالتون

وهو المطلوب

ספר בני גורן- הנדסה ב׳ - מעוין שאלה 17 עמ׳ 103



המרובע ABCD הוא מעוין.
הנקודה E נמצאת על האלכסון AC.

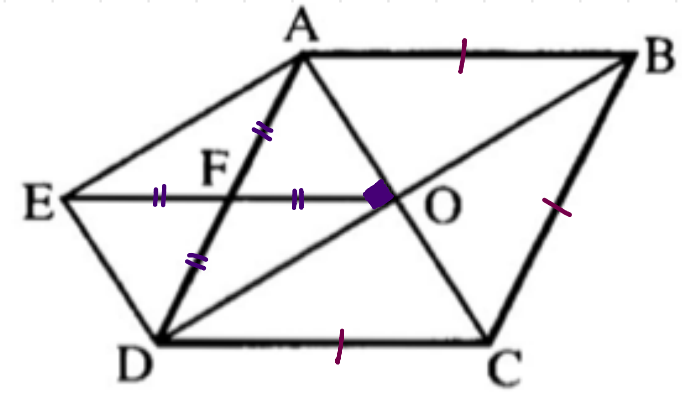
הוכח: המרובע ABED הוא דלתון.

معطى: ABCD معين $(AB=BC=CD=DA)$

برهن: ABED دالتون

	إدعاء	شرح
(1)	$\angle BAE = \angle DAE$	ABCD معين لذلك اقطاره تنصف زوايا الشكل
(2)	$\triangle ABE \cong \triangle ADE$ ض.ز.ض	ض. $AB = AD$ (معطى) ز. $\angle BAE = \angle DAE$ ض. AE ضلع مشترك
(3)	$BE = ED$	من التطابق بإدعاء 2
(4)	ABED دالتون	ABED شكل رباعي به ضلعان متجاورات متساويان والضلعان الآخران ايضاً متساويان اذا هو دالتون

وهو المطلوب



המרובע ABCD הוא מעוין שאלכסוניו נחתכים בנקודה O.

נתון: AE || BD, DE || AC.

א. הוכח: המרובע AEDO הוא מלבן.

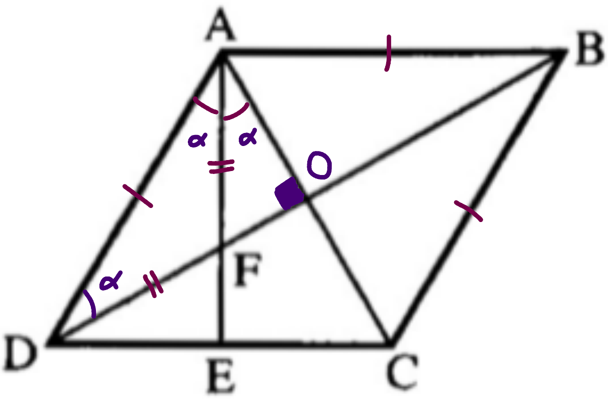
ב. הנקודה F היא החיתוך של AD ו-EO.
הוכח: $FO = \frac{1}{2}DC$.

معطى: ABCD معين $(AB=BC=CD=DA)$
$AE \parallel BD$, $DE \parallel AC$

برهن: أ. AEDO مستطيل
ب. $FO=\frac{1}{2}DC$

	إدعاء	شرح
أ. (1)	AEDO متوازي الاضلاع	شكل رباعي به كل زوج اضلاع متقابله متوازية هو متوازي الاضلاع
(2)	$AC \perp BD$, $\measuredangle AOD = 90°$	ABCD معين لذلك اقطاره تتعامد بعضها البعض
(3)	AEDO مستطيل	متوازي اضلاع به زاوية قائمه هو مستطيل — وهو المطلوب
ب. (4)	$EF=AF=OF=FD$	AEDO مستطيل (ادعاء 3) اذاً اقطاره متساوية وتنصّف بعضها البعض
(5)	$FO=\frac{1}{2}DC$	$FO=AF=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}DC$ معطى: $AD=DC$ وهو المطلوب

ספר בני גורן- הנדסה ב' - מעוין שאלה 19 עמ' 103



במעוין ABCD הקטע AE חוצה את זוית DAC וחותך את האלכסון DB בנקודה F. נתון: AF = DF.

א. חשב את זויות המעוין.

ב. הוכח: $AE \perp DC$.

معطى: ABCD معين $(AB=BC=CD=DA)$

$AF=DF$, $\sphericalangle DAE=\sphericalangle EAC$

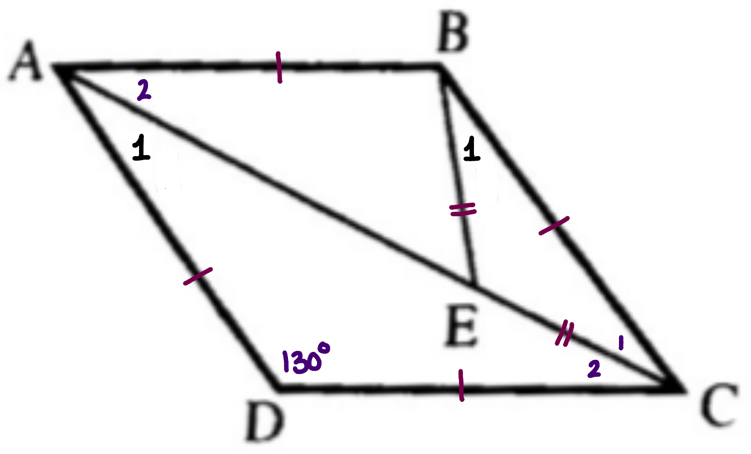
مطلوب: أ. مقدار زوايا المعين

ب. برهن: $AE \perp DC$

نفرض: $\sphericalangle DAE=\sphericalangle EAC=\alpha$

		إدعاء	شرح
أ.	(1)	$AC \perp DB$	ABCD معين لذلك اقطاره تتعامد بعضها البعض
	(2)	$\sphericalangle ADF=\sphericalangle DAF=\alpha$	ΔADF متساوي الساقين, اذاً زوايا القاعدة متساويه
	(3)	$\alpha=30^\circ$	ΔADO مجموع زوايا المثلث 180°
	(4)	$\sphericalangle A=120^\circ$, $\sphericalangle D=60^\circ$	ABCD معين لذلك اقطاره تنصف زوايا الشكل
	(5)	زوايا المعين $60^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$	ABCD معين لذلك كل زوج زوايا متقابله متساويه
			وهو المطلوب
ب.	(6)	$\sphericalangle AED=90^\circ$, $AE \perp DC$	ΔADE مجموع زواياه 180° . $\sphericalangle D=60^\circ$, $\sphericalangle DAE=30^\circ$
			وهو المطلوب

ספר בני גורן- הנדסה ב׳ - מעוין שאלה 20 עמ׳ 104



במעוין ABCD הנקודה E נמצאת על האלכסון AC כך שמתקיימים $BE = CE$.

א. הוכח: $\sphericalangle B_1 = \sphericalangle A_1$.

ב. נתון: $\sphericalangle D = 130^\circ$.
חשב את זוית AEB.

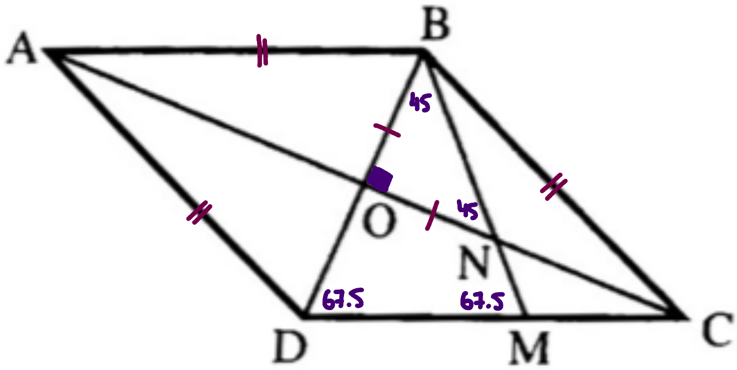
ג. (ללא קשר לנתון של סעיף ב׳) הוכח: $\sphericalangle BEC = \sphericalangle D$.

معطى: ABCD معين $(AB=BC=CD=DA)$
$BE=CE$

مطلوب: أ. برهن: $\sphericalangle A_1=\sphericalangle B_1$
ب. $\sphericalangle AEB=?$. معطى: $\sphericalangle D=130^\circ$
ج. برهن: $\sphericalangle BEC=\sphericalangle D$

		إدعاء	شرح
أ.	(1)	$\sphericalangle A_1=\sphericalangle A_2=\sphericalangle C_1=\sphericalangle C_2$	ABCD معين لذلك كل زوج زوايا متقابلة متساوية واقطارة تنصف زوايا الشكل.
	(2)	$\sphericalangle B_1=\sphericalangle A_1$	$\triangle BEC$ متساوي الساقين لذلك زوايا القاعدة متساوية $\sphericalangle B_1=\sphericalangle C_1$ + ادعاء 1 وهو المطلوب
ب+ج.	(3)	$\sphericalangle C=50^\circ$	ABCD معين لذلك كل زوج زوايا متجاورة مجموعهم 180°
	(4)	$\sphericalangle C_2=\sphericalangle C_1=\sphericalangle B_1=25^\circ$	من ادعاء 1+3
	(5)	$\sphericalangle BEC=130^\circ$	$\triangle BEC$ مجموع زوايا المثلث 180° + ادعاء 4
	(6)	$\sphericalangle AEB=50^\circ$	المكمّل لزاوية مستقيمة وهو المطلوب

ספר בני גורן- הנדסה ב׳ - מעוין שאלה 21 עמ׳ 104

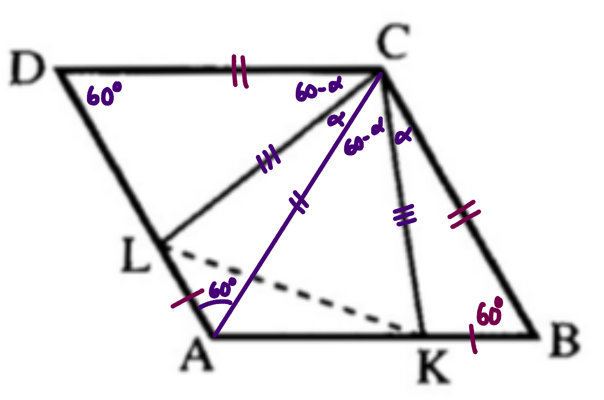


במעוין ABCD האלכסונים נחתכים בנקודה O.
הנקודה M נמצאת על הצלע DC. הקטע BM
חותך את האלכסון AC בנקודה N.
נתון: BO = NO, BD = BM.
א. חשב את זויות המעוין.
ב. הוכח: BN = CN.

معطى: ABCD معين (AB=BC=CD=DA)
BD=BM ، BO=NO

مطلوب: أ. زوايا المعين
ب. برهن: BN=CN

	إدعاء	شرح
أ. (1)	$BD \perp AC$	ABCD معين لذلك اقطاره تعامد بعضها البعض
(2)	$\angle OBN = \angle BNO = 45°$	$\triangle OBN$ مثلث قائم (ادعاء 1) ومتساوي الساقين لذلك زواياه $90°, 45°, 45°$.
(3)	$\angle BDM = \angle BMD = 67.5°$	$\triangle BDM$ هو متساوي الساقين (BD=BM) لذلك زوايا القاعدة متساوية ومجموع زوايا المثلث $180°$
(4)	$\angle D = 135°$	ABCD معين لذلك اقطاره تنصّف زوايا الشكل
(5)	زوايا المعين $45°, 135°, 45°, 135°$	ABCD معين لذلك كل زوج زوايا متقابله متساوية وكل زوج زوايا متجاورة مجموعها $180°$. وهو المطلوب
ب. (6)	$\angle NBC = \angle BCN = 22.5°$	$\angle BNC = \frac{1}{2}\angle C$ (ادعاء 4) $\angle DBC = 67.5°$, $\angle DBN = 45°$
(7)	$\triangle BNC$ متساوي الساقين BN=NC	من ادعاء 6 - مثلث به زاويتين متساويتين هو مثلث متساوي الساقين وهو المطلوب



במעוין ABCD זוית B שווה ל-60°.

נתון: AL = BK.

הוכח:

א. CL = CK.

ב. המשולש CLK שווה צלעות.

معطى: ABCD معين (AB=BC=CD=DA)

$\measuredangle B=60°$, AL = BK

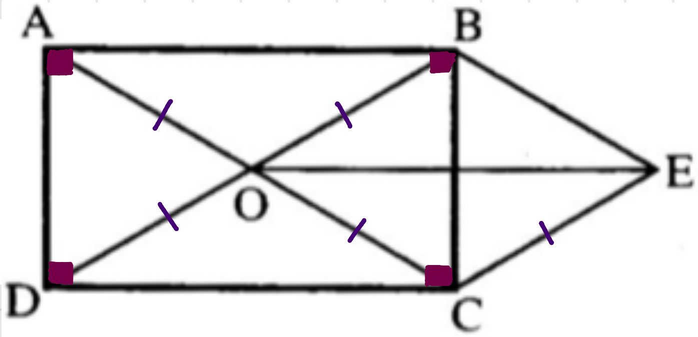
برهن: أ. CL = CK

ب. ΔCLK متساوي الأضلاع

* بناء مساعد: القطر AC

		إدعاء	شرح
أ.	(1)	$\measuredangle D=\measuredangle B=60°$, $\measuredangle A=\measuredangle C$	ABCD معين لذلك كل زوج زوايا متقابلة متساوية
	(2)	ΔADC مثلث متساوي الاضلاع	هو مثلث متساوي الساقين AD=DC (معطى) زاوية رأسة 60°. بمثلث متساوي الساقين زوايا القاعدة متساوية وايضاً مجموع زوايا المثلث 180° ⇐ $\measuredangle D=\measuredangle DCA=\measuredangle CAD=60°$
	(3)	ΔLCA ≅ ΔKCB حسب ض.ز.ض	ض. LA = KB (معطى) ز. $\measuredangle LAC=\measuredangle B=60°$ (معطى + ادعاء 2) ض. CA = CB (معطى + ادعاء 2)
	(4)	CL = CK	من التطابق بإدعاء 3 وهو المطلوب
ب.	(5)	$\measuredangle DCA=\measuredangle ACB=60°$	ABCD معين, لذلك اقطاره تنصّف زوايا الشكل + ادعاء 2
	(6)	$\measuredangle LCA=\measuredangle KCB=\alpha$	من التطابق بإدعاء 3 + فرضيه
	(7)	$\measuredangle DCL=\measuredangle ACK=60°-\alpha$	المكمّل لزاوية 60° + ادعاء 5 + 6
	(8)	$\measuredangle LCK=60°$	ادعاء 6+7
	(9)	ΔCLK متساوي الأضلاع	ΔCLK هو مثلث متساوي الساقين (CL=CK), زاوية رأسة 60° اذاً زوايا القاعدة متساويه ومجموع كل زواياه 180° اذاً كل زواياه 60° متساوية. وهو المطلوب

ספר בני גורן- הנדסה ב' - מעוין שאלה 6 עמ' 107



המרובע ABCD הוא מלבן שאלכסוניו נחתכים בנקודה O. המרובע OECD הוא מקבילית.

הוכח: המרובע BECO הוא מעוין.

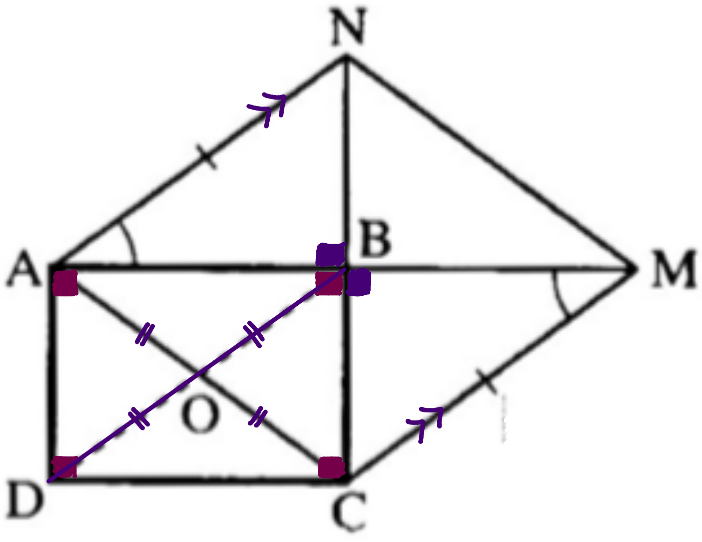
معطى: ABCD مستطيل $(90^\circ = \measuredangle A = \measuredangle D = \measuredangle ABC = \measuredangle BCD)$

OECD متوازي الاضلاع $(OE \parallel DC,\ DO \parallel CE)$

مطلوب برهانه: BECO معين

	إدعاء	شرح
(1)	$AO = BO = CO = DO$	ABCD مستطيل لذلك اقطاره متساوية وتنصّف بعضها البعض
(2)	$DO = CE$	OECD متوازي الأضلاع لذلك كل زوج اضلاع متقابله متساوية
(3)	$OB \parallel CE$	B على امتداد DO + معطى $DO \parallel CE$
(4)	BECO متوازي الأضلاع	شكل رباعي به زوج اضلاع متقابله متوازيه ومتساوية هو متوازي الاضلاع (ادعاء 1+2+3)
(5)	BECO معين	متوازي اضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان (BO=OC) هو معين

وهو المطلوب



המרובע ABCD הוא מלבן. הנקודה M נמצאת על המשך הצלע AB והנקודה N נמצאת על המשך הצלע BC.

נתון: $AN = CM$, $\sphericalangle MAN = \sphericalangle CMA$.

הוכח: א. המרובע ANMC הוא מעוין.

ב. $DO = \frac{1}{2} NM$.

معطى: ABCD مستطيل $(\sphericalangle DAC = \sphericalangle D = \sphericalangle DCB = \sphericalangle ABC = 90°)$

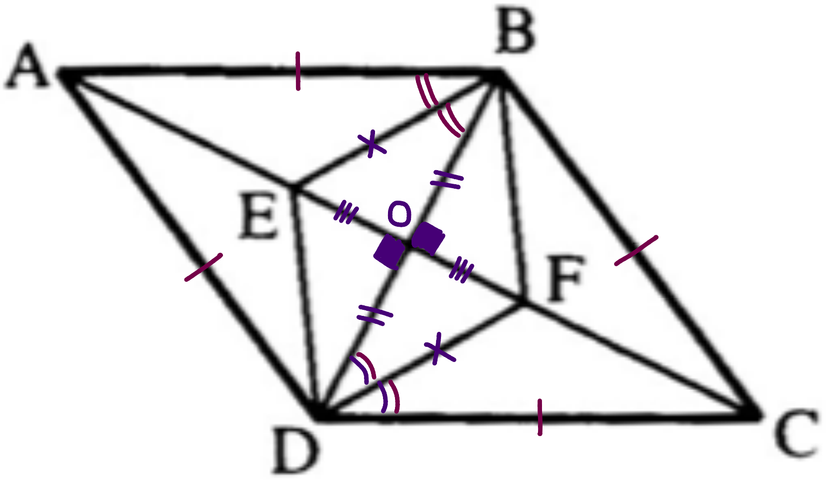
$AN = CM$, $\sphericalangle MAN = \sphericalangle CMA$

برهن: أ. ANMC معين

ب. $DO = \frac{1}{2} NM$

	إدعاء	شرح
أ. (1)	$AN \parallel CM$	معطى: $\sphericalangle NAM = \sphericalangle AMC$, زوايا متبادلة متساوية
(2)	ANMC متوازي الأضلاع	شكل رباعي به زوج واحد من الأضلاع المتقابلة المتساوية والمتوازية هو متوازي الأضلاع. معطى + ادعاء 1 $AN = CM$ $AN \parallel CM$
(3)	ANMC معين	متوازي اضلاع اقطاره متعامدة ($AM \perp NC$ - من المعطى) هو معين وهو المطلوب
(4)	$AO = BO = CO = DO$ $DB = AC$	ABCD مستطيل لذلك اقطاره متساوية وتنصف بعضها البعض
(5)	$DO = \frac{1}{2} NM$	$DO = AO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} NM$ ANMC معين, اي كل اضلاعه متساوية وهو المطلوب

ספר בני גורן- הנדסה ב׳ - מעוין שאלה 10 עמ׳ 108



במעוין ABCD הקטעים
BE ו-DF חוצים בהתאמה
את הזויות ABD ו-CDB.

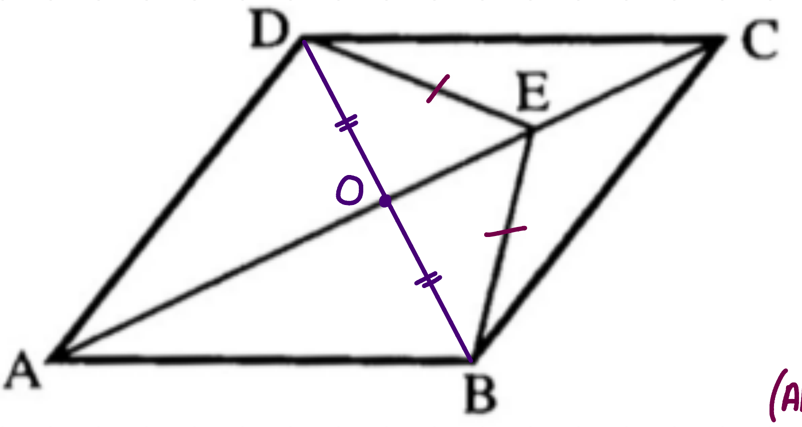
הוכח: המרובע BEDF הוא מעוין.

معطى: ABCD معين $(AB=BC=CD=DA)$
$\measuredangle ABE=\measuredangle EBD, \measuredangle BDF=\measuredangle FDC$

برهن: BEDF معين

	إدعاء	شرح
(1)	$AO=CO$, $BO=DO$ $BD\perp AC$	اقطار المعين (ABCD) تنصّف بعضها البعض وتتعامد بعضها البعض
(2)	$\measuredangle ABE=\measuredangle EBD=\measuredangle BDF=\measuredangle FDC$	زوايا متبادلة متساوية $\measuredangle ABD=\measuredangle BDC$ ABCD معين, كل زوج اضلاع متقابله متوازية
(3)	$\Delta FOD\cong\Delta EBO$ حسب ز.ض.ز	ز. $\measuredangle DOF=\measuredangle BOE$ (ادعاء 1) ض. $BO=DO$ (ادعاء 1) ز. $\measuredangle EBO=\measuredangle ODF$ (ادعاء 2)
(4)	$EO=FO$	من التطابق بادعاء 3
(5)	EBFD متوازي الأضلاع	شكل رباعي اقطاره تنصّف بعضها البعض هو متوازي الأضلاع $EO=OF$ (ادعاء 4) , $BO=DO$ (ادعاء 1)
(6)	EBFD معين	متوازي اضلاع اقطاره متعامد هو معين $BD\perp EF$ (ادعاء 1) وهو المطلوب

ספר בני גורן- הנדסה ב' - מעוין שאלה 11 עמ' 108



במקבילית ABCD הנקודה E נמצאת על האלכסון AC כך שמתקיים: BE = DE.

הוכח: המקבילית ABCD היא מעוין.

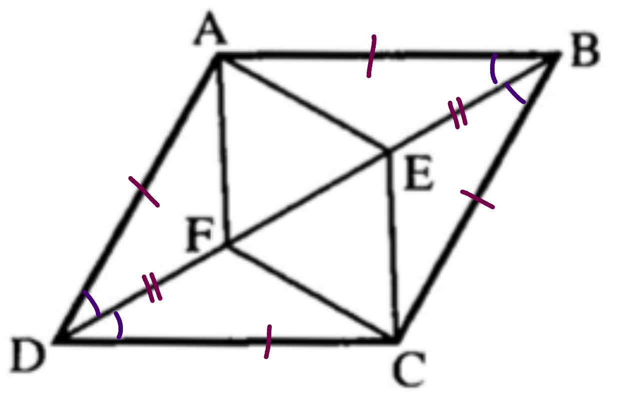
معطى: ABCD متوازي اضلاع (AB∥DC, AD∥BC)
BE=DE

مطلوب: ABCD معين

بناء مساعد: القطر DB

	إدعاء	شرح
(1)	$\triangle DEB$ متساوي الساقين	من المعطى
(2)	$AO=OC$, $DO=OB$	ABCD متوازي اضلاع ← اقطاره تنصّف بعضها البعض
(3)	$EO \perp DB$	EO متوسّط للقاعدة DB بمثلث متساوي الساقين ($\triangle DEB$ - ادعاء ١), اذاً هو ايضاً ارتفاع للقاعدة
(4)	ABCD معين	متوازي اضلاعه اقطاره متعامدة هو معين وهو المطلوب

ספר בני גורן- הנדסה ב׳ - מעוין שאלה 4 עמ׳ 109



במעוין ABCD הנקודות E ו-F נמצאות על האלכסון BD.

נתון: BE = DF.

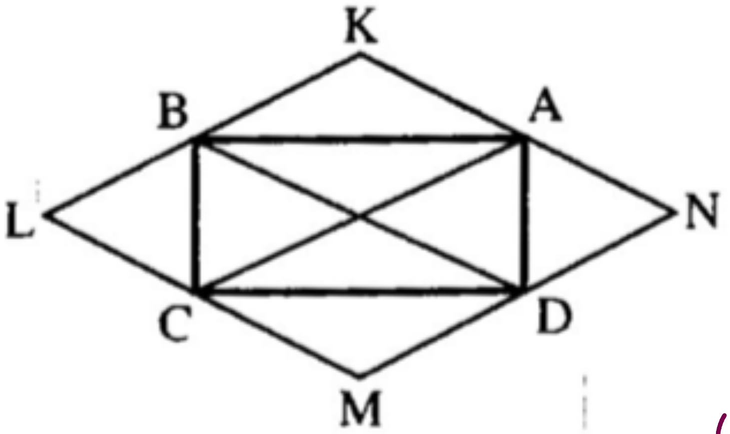
הוכח: המרובע AECF הוא מעוין.

معطى: ABCD معين (AB= BC= CD = DA)
BE = DF

برهن: AECF معين

	إدعاء	شرح
(1)	$\sphericalangle ADF = \sphericalangle FDC = \sphericalangle ABE = \sphericalangle EBC$	ABCD معين ← كل زوج زوايا متقابله متساويه واقطارة تنصف زوايا الشكل
(2)	$\triangle ABE \cong \triangle CBE \cong \triangle CDF \cong \triangle ADF$ حسب ض.ز.ض	ض. AB = BC = DC = AD ز. (ادعاء ١) ض. DF = EB
(3)	AF = AE = EC = FC	من التطابق بادعاء 2
(4)	AECF معين	شكل رباعي كل اضلاعه متساوية هو معين وهو المطلوب

ספר בני גורן- הנדסה ב׳ - מעוין שאלה 11 עמ׳ 110



דרך הקודקודים של מלבן ABCD העבירו מקבילים לאלכסונים.
($KL \parallel AC$, $MN \parallel AC$,
$KN \parallel BD$, $LM \parallel BD$).

הוכח: המרובע KLMN הוא מעוין.

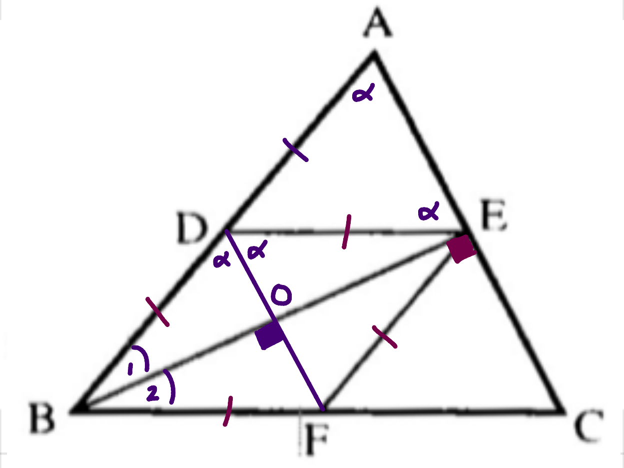
معطى: ABCD مستطيل ($90^\circ = \measuredangle CBA = \measuredangle BAD = \measuredangle ADC = \measuredangle DCB$)
$MN \parallel AC$, $KL \parallel AC$
$LM \parallel BD$, $KN \parallel BD$

برهن: KLMN معين

إدعاء	شرح
(1) KLMN متوازي الاضلاع	من المعطيات $KN \parallel LM$, $LK \parallel MN$ شكل رباعي فيه كل زوج اضلاع متقابله متوازيه هو متوازي الأضلاع
(2) ANMC , LBDM , KNDB , AKLC متوازي اضلاع	من التوازي المعطى شكل رباعي به كل زوج اضلاع متقابله متوازيه هو متوازي الاضلاع
(3) $LK = CA = MN$ $KN = BD = LM$	من ادعاء 1 + 2 في المتوازي اضلاع كل زوج اضلاع متقابله متساوية
(4) $BD = AC$	ABCD مستطيل لذلك اقطاره متساوية
(5) $LK = KN = NM = ML$	من ادعاء 3 + 4
(6) KLMN معين	شكل رباعي كل اضلاعه متساوية (ادعاء 5) هو معين

وهو المطلوب.

ספר בני גורן- הנדסה ב׳ - מעוין שאלה 12 עמ׳ 111



במשולש ABC חסום מעוין DEFB.

נתון: BE ⊥ AC.

הוכח:

א. המשולש ABC הוא שווה שוקיים.

ב. DF ∥ AC.

ג. BD = AD.

معطى: DEFG معين , BE⊥AC

برهن: أ. ΔABC متساوي الساقين

ب. DF∥AC

ج. BD= AD

	إدعاء	شرح
أ. (1)	$\sphericalangle B_1 = \sphericalangle B_2$	BDEF معين ← اقطاره تنصّف زوايا الشكل
(2)	ΔABC متساوي الساقين	ΔABC مثلث به ارتفاع لضلع AC الذي هو ايضاً منصّف الزاوية التي تقابل نفس الضلع هو مثلث متساوي الساقين وهو المطلوب
ب. (3)	DF⊥BE	اقطار المعين (DEFB) تتعامد بعضها البعض
(4)	DF∥AC	$\sphericalangle BOF = \sphericalangle BEC = 90°$ زوايا متناظرة متساوية وهو المطلوب
ج. (5)	$\sphericalangle BDF = \sphericalangle FDE$	BDEF معين ← اقطاره تنصّف زوايا الشكل
(6)	$\sphericalangle EDF = \sphericalangle AED = \alpha$	زوايا متبادله متساوية من التوازي DF∥AC (ادعاء 4)
(7)	$\sphericalangle BDF = \sphericalangle DAE = \alpha$	زوايا متناظرة متساوية من التوازي DF∥AC (ادعاء 4)
(8)	ΔDAE متساوي الساقين AD=DE	مثلث به زاويتين متساويتين هو مثلث متساوي الساقين
(9)	BD= AD	ادعاء 8 + معطى وهو المطلوب