מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי"ס על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: תשע"ד, **מועד ב**
מספר השאלון: **035802, 312**
תרגום לערבית (2)

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

3 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שש שאלות.
לכל שאלה — 25 נקודות.
מותר לך לענות על מספר שאלות כרצונך,
אך סך הנקודות שתוכל לצבור לא יעלה על 100.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. **כתוב את כל החישובים והתשובות בגוף השאלון.**
2. לטיוטה יש להשתמש בדפים שבגוף השאלון (כולל הדפים שבסופו) או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
3. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: أ. بجروت للمدارس الثانويّة
ب. بجروت للممتحَنين الخارجيّين
موعد الامتحان: 2014، **الموعد "ب"**
رقم النموذج: **035802، 312**
ترجمة إلى العربيّة (2)

اقتراح إجابات لأسئلة امتحان بجروت

الرياضيّات

3 وحدات تعليميّة – النموذج الثاني

تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ساعة ونصف.

ب. مبنى النموذج وتوزيع الدرجات:
في هذا النموذج ستّة أسئلة.
لكلّ سؤال – 25 درجة.
يُسمح لك الإجابة عن عدد أسئلة كما تشاء، لكن مجموع الدرجات التي تستطيع تجميعها لن يزيد عن 100.

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

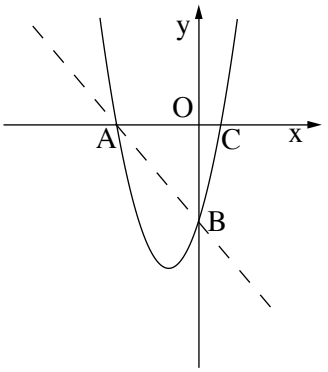
د. تعليمات خاصّة:
1. **اكتب جميع الحسابات والإجابات في نموذج الامتحان.**
2. لكتابة مسوّدة يجب استعمال الصفحات التي في نموذج الامتحان (بما في ذلك الصفحات التي في نهايته) أو الأوراق التي حصلتَ عليها من المراقبين. استعمال مسوّدة أخرى قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
3. فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح وبترتيب. عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لك النّجاح!**

السؤال 1

يصف الرسم الذي أمامك الرسم البيانيّ للقطع المكافئ $y = x^2 + 2x - 3$.
القطع المكافئ يقطع المحورين في النقاط A وَ B وَ C .



أ. جد إحداثيّات النقاط A وَ B وَ C.

ب. بيّن بواسطة الحساب أنّ النقطتين A وَ B تقعان أيضًا على المستقيم الذي معادلته $y = -x - 3$.

جـ. بالنسبة للنقطة على القطع المكافئ التي إحداثيُّها الـ x هو -2 ، حدِّد إذا كانت تقع فوق المستقيم AB أم تحته. علّل.

إجابة السؤال 1

أ. في نقاط تقاطُع القطع المكافئ مع المحور x يتحقّق $y = 0$ ، لذلك:

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$
$$\Downarrow$$
$$x = -3 \ , \ x = 1$$
$$\Downarrow$$

A وَ C هما نقطتا تقاطُع القطع المكافئ مع المحور x ، لذلك إحداثيّات النقطتين A وَ C هي:

$$A(-3, 0) \ , \ C(1, 0)$$

في نقطة تقاطُع القطع المكافئ مع المحور y يتحقّق $x = 0$ ، لذلك:

$$y = 0^2 + 2 \cdot 0 - 3$$
$$\Downarrow$$
$$y = -3$$

B هي نقطة تقاطُع القطع المكافئ مع المحور y ، لذلك إحداثيّات النقطة B هي:

$$B(0, -3)$$

/ يتبع في صفحة 3 /

تكملة إجابة السؤال 1.

ب. لتبيين أنّ النقطتين A وَ B تقعان على المستقيم $y=-x-3$ ،
يجب تعويض إحداثيّات كلّ واحدة من النقطتين في معادلة المستقيم،
وفحص إذا كنّا نحصل على قضيّة صدق.

عند تعويض إحداثيّات النقطة A يتحقّق: $0=-(-3)-3$

$$\Downarrow$$
$$0=3-3$$
$$\Downarrow$$
$$0=0$$

لذلك النقطة A تقع على المستقيم $y=-x-3$

عند تعويض إحداثيّات النقطة B يتحقّق: $-3=-0-3$

$$\Downarrow$$
$$-3=-3$$

لذلك النقطة B تقع على المستقيم $y=-x-3$

جـ. <u>الطريقة I</u>

الإحداثيّ y للنقطة على القطع المكافئ
التي إحداثيّها الـ x هو -2 هو: $y=(-2)^2+2(-2)-3$

$$\Downarrow$$
$$y=-3$$

الإحداثيّ y للنقطة على المستقيم
التي إحداثيّها الـ x هو -2 هو: $y=-(-2)-3$

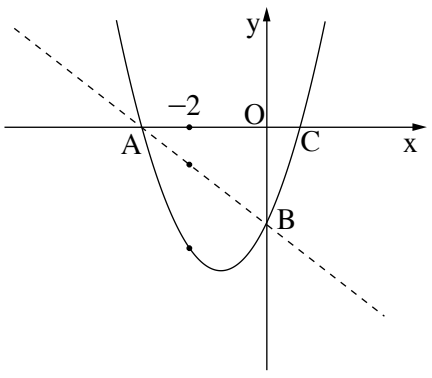
$$\Downarrow$$
$$y=-1$$

$$-3<-1$$

لذلك الرسم البيانيّ للقطع المكافئ يقع تحت الرسم البيانيّ للمستقيم

<u>الطريقة II</u>

حسب الرسم، في المجال $-3<x<0$ الرسم البيانيّ للقطع المكافئ
يقع تحت المستقيم AB.
$-3<-2<0$ لذلك النقطة على القطع المكافئ التي
إحداثيّها الـ x هو -2 تقع تحت المستقيم AB.



/ يتبع في صفحة 4 /

السؤال 2

يُنتِج مصنع معيّن قِطَع غيار للسيّارات. أنتج المصنع في الشهر الأوّل 1,500 قطعة. بسبب الطلب في السوق، زاد المصنع الإنتاج، وأنتج في كلّ شهر بعد ذلك 200 قطعة أكثر ممّا في الشهر الذي قبله.

أ. كم قطعة أنتج المصنع في الشهر الـ 6 ؟

ب. ما هو مجموع القِطَع التي أنتجها المصنع في الأشهر الـ 12 الأولى؟

جـ. الربح الصافي الذي يجنيه المصنع من بيع كلّ قطعة هو 10 شيقل.
كم ربح المصنع من القِطَع التي أنتجها في الأشهر الـ 12 الأولى؟

إجابة السؤال 2

أ. عدد القِطَع التي أنتجها المصنع كلّ شهر يشكّل متوالية حسابيّة.

في الشهر الأوّل أنتج المصنع 1500 قطعة: $a_1 = 1500$

في كلّ شهر بعد ذلك أنتج المصنع
200 قطعة أكثر ممّا في الشهر الذي قبله، لذلك: $d = 200$

$$a_6 = a_1 + 5 \cdot d$$
$$\Downarrow$$
$$a_6 = 1500 + 5 \cdot 200$$
$$\Downarrow$$

عدد القِطَع التي أنتجها المصنع في الشهر الـ 6 هو: $a_6 = 2500$ قطعة

ب.
$$S_{12} = \frac{(2a_1 + 11 \cdot d) \cdot 12}{2}$$
$$\Downarrow$$
$$S_{12} = \frac{(2 \cdot 1500 + 11 \cdot 200) \cdot 12}{2}$$
$$\Downarrow$$

مجموع القِطَع التي أنتجها المصنع
في الأشهر الـ 12 الأولى هو: $S_{12} = 31{,}200$ قطعة

جـ. الربح الصافي الذي يجنيه المصنع من القِطَع
التي أنتجها في الأشهر الـ 12 الأولى هو: $10 \cdot 31{,}200 = 312{,}000$ شيقل

/ يتبع في صفحة 5 /

السؤال 3

أخذ كريم قرضًا من البنك قدره 300,000 شيقل.
في كلّ سنة، قَلَّصَ كريم دَيْنَهُ للبنك بِـ 12% .

أ. كم كان دَيْن كريم للبنك بعد سنتين من أخذ القرض؟

ب. (1) كم كان دَيْن كريم للبنك بعد 12 سنة من أخذ القرض؟

(2) بعد مرور 12 سنة من أخذ القرض، حصل كريم على 65,000 شيقل من صندوق الاستكمال.
هل يكفي هذا المبلغ من أجل إعادة ما تبقّى من دَيْن كريم للبنك؟ علّل.

دقّق في إجاباتك حتّى رقمين بعد الفاصلة العشريّة.

إجابة السؤال 3

أ. في كلّ سنة، يقلّص كريم دَيْنَه للبنك بِـ 12% ،
لذلك مُعامل التضاؤل q هو: $q = 1 - 0.12 = 0.88$

الطريقة I

حسب قانون التزايد والتضاؤل: $M_t = M_0 \cdot q^t$

$$M_2 = 300{,}000 \cdot 0.88^2$$
$$\Downarrow$$

ما تبقّى من دَيْن كريم للبنك بعد سنتين هو: $M_2 =$ 232,320 شيقل

الطريقة II

ما تبقّى من دَيْن كريم للبنك بعد سنة واحدة هو: $300{,}000 \cdot 0.88 =$ 264,000 شيقل

ما تبقّى من دَيْن كريم للبنك بعد سنتين هو: $264{,}000 \cdot 0.88 =$ 232,320 شيقل

ب. (1) ما تبقّى من دين كريم بعد 12 سنة هو: $M_{12} = 300{,}000 \cdot 0.88^{12}$

$$\Downarrow$$

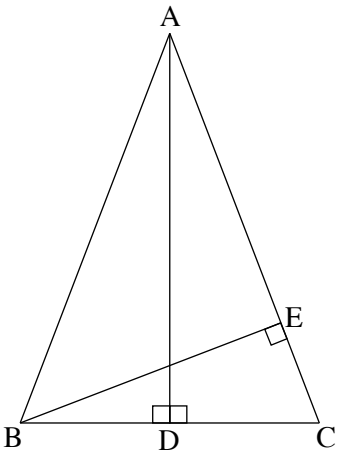
$M_{12} =$ 64,701.34 شيقل

(2) حصل كريم على 65,000 شيقل من صندوق الاستكمال: $65{,}000 < 64{,}701.34$

لذلك المبلغ الذي حصل عليه كريم من صندوق الاستكمال يكفي من أجل إعادة ما تبقّى من دَيْنه للبنك

/ يتبع في صفحة 6 /

السؤال 4



في المثلّث المتساوي الساقين ABC (AB = AC)،
مقدار زاوية القاعدة هو 69^o .
طول الارتفاع AD على القاعدة BC هو 12 سم.

أ. احسب طول القاعدة BC .

ب. احسب طول BE ، الارتفاع على الساق AC .

إجابة السؤال 4

أ. في المثلّث ABC المتساوي الساقين $\sphericalangle ACB = 69^o$.
الارتفاع AD على القاعدة BC هو مستقيم متوسّط أيضًا،
لذلك BD = DC

في المثلّث القائم الزاوية ADC
الذي فيه $\sphericalangle ADC = 90^o$ يتحقّق:

$$\tan 69^o = \frac{AD}{DC}$$
$$\Downarrow$$
$$\tan 69^o = \frac{12}{DC}$$
$$\Downarrow$$

طول DC هو:

$$DC = \frac{12}{\tan 69^o} = 4.6 \text{ سم}$$

$$BD = DC$$
$$\Downarrow$$

لذلك طول القاعدة BC هو:

$$BC = 2 \cdot DC = 2 \cdot 4.6 = 9.2 \text{ سم}$$

ب. في المثلّث القائم الزاوية BEC
الذي فيه $\sphericalangle BEC = 90^o$ يتحقّق:

$$\sin 69^o = \frac{BE}{BC}$$
$$\Downarrow$$
$$\sin 69^o = \frac{BE}{9.2}$$
$$\Downarrow$$
$$BE = 9.2 \cdot \sin 69^o$$
$$\Downarrow$$

طول BE هو:

$$BE = 8.58 \text{ سم}$$

/ يتبع في صفحة 7 /

السؤال 5

أمامك قائمة لخمس علامات: $76, 77, 78, 83, 86$.

أ. احسب معدّل العلامات والانحراف المعياريّ.

ب. (1) أَضِف علامة سادسة بحيث لا يتغيّر معدّل العلامات الستّ.

(2) هل ازداد الانحراف المعياريّ بعد إضافة العلامة السادسة أم قلّ أم لم يتغيّر؟
علّل.

إجابة السؤال 5

أ. حسب قانون حساب المعدّل: $\overline{X}_{\text{5 علامات}} = \frac{76+77+78+83+86}{5} = \frac{400}{5}$

$$\Downarrow$$

معدّل العلامات الـ 5 هو: $\overline{X} = 80$

مجموع مربّعات الانحرافات عن المعدّل هو: $(76-80)^2 + (77-80)^2 + (78-80)^2 + (83-80)^2 + (86-80)^2 = 74$

$$S^2_{\text{5 علامات}} = \frac{74}{5}$$

لذلك الانحراف المعياريّ لِـ 5 العلامات هو: $S_{\text{5 علامات}} = \sqrt{\frac{74}{5}} = 3.84$

ب. (1) إذا كانت العلامة السادسة مساوية لمعدّل العلامات الخمس التي قبلها،
لن يتغيّر معدّل العلامات الستّة.
لذلك، العلامة السادسة هي 80: $\overline{x}_{\text{6 علامات}} = \frac{400+80}{6} = \frac{480}{6} = 80$

(2) معدّل العلامات الـ 6 هو 80 ، انحراف العلامة السادسة عن المعدّل هو 0 .

معدّل مجموع مربّعات الانحرافات عن المعدّل هو: $S^2_{\text{6 علامات}} = \frac{74+0}{6} = \frac{74}{6}$

لذلك الانحراف المعياريّ الجديد للعلامات الـ 6 يصغر: $S_{\text{6 علامات}} = \sqrt{\frac{74}{6}} = 3.51$

$$\Downarrow$$

$3.51 < 3.84$

/ يتبع في صفحة 8 /

السؤال 6

يوجد في مخزن معيّن جهازان للإنذار ضدّ الحرائق.

الاحتمال بأن يعمل الجهاز الأوّل في حالة حريق هو 0.9 .

الاحتمال بأن يعمل الجهاز الثاني في حالة حريق هو 0.8 .

أ. ما هو الاحتمال بأن يعمل الجهاز الأوّل وأن لا يعمل الجهاز الثاني في حالة حريق؟

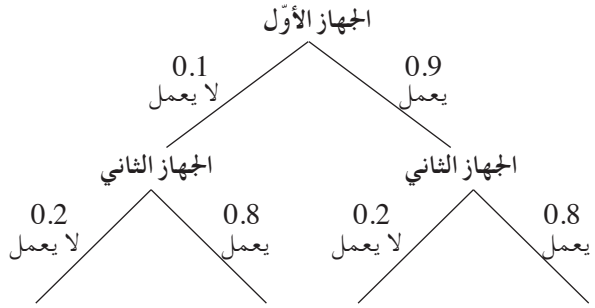
ب. ما هو الاحتمال بأن يعمل فقط أحد الجهازين في حالة حريق؟

جـ. ما هو الاحتمال بأن يعمل جهاز واحد على الأقلّ في حالة حريق؟

إجابة السؤال 6

أ. حيّز العيّنة يشمل 4 نتائج.

فيما يلي وصف لجميع النتائج الممكنة بواسطة مخطّط شجرة:



الاحتمال بأن يعمل الجهاز الأوّل وأن لا يعمل الجهاز الثاني في حالة حريق هو:

$$P\left(\begin{array}{c}\text{الجهاز الأوّل يعمل}\\ \text{والجهاز الثاني لا يعمل}\end{array}\right) = 0.9 \cdot 0.2 = 0.18$$

/ يتبع في صفحة 9 /

تكملة إجابة السؤال 6.

ب. الاحتمال بأن يعمل فقط أحد الجهازين في حالة حريق هو
مجموع احتمالَي النتيجتين:

$$P\left(\begin{matrix}\text{أحد الجهازين}\\ \text{فقط يعمل}\end{matrix}\right)=P\left(\begin{matrix}\text{الجهاز الأوّل}\\ \text{يعمل}\end{matrix}\quad\begin{matrix}\text{والجهاز الثاني}\\ \text{لا يعمل}\end{matrix}\right)+P\left(\begin{matrix}\text{الجهاز الأوّل}\\ \text{لا يعمل}\end{matrix}\quad\begin{matrix}\text{والجهاز الثاني}\\ \text{يعمل}\end{matrix}\right)$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{أحد الجهازين}\\ \text{فقط يعمل}\end{matrix}\right)=0.9\cdot0.2+0.1\cdot0.8=0.18+0.08=0.26$$

جـ. <u>الطريقة I</u>

الاحتمال بأن يعمل جهاز واحد <u>على الأقلّ</u> في حالة حريق
هو مجموع احتمالات النتائج الثلاث:

$$P\left(\begin{matrix}\text{جهاز واحد على الأقلّ}\\ \text{يعمل}\end{matrix}\right)=P\left(\begin{matrix}\text{الجهاز الأوّل}\\ \text{يعمل}\end{matrix}\quad\begin{matrix}\text{والجهاز الثاني}\\ \text{لا يعمل}\end{matrix}\right)+P\left(\begin{matrix}\text{الجهاز الأوّل}\\ \text{لا يعمل}\end{matrix}\quad\begin{matrix}\text{والجهاز الثاني}\\ \text{يعمل}\end{matrix}\right)+P\left(\begin{matrix}\text{الجهاز الأوّل}\\ \text{يعمل}\end{matrix}\quad\begin{matrix}\text{والجهاز الثاني}\\ \text{يعمل}\end{matrix}\right)$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{جهاز واحد على الأقلّ}\\ \text{يعمل}\end{matrix}\right)=0.9\cdot0.2+0.1\cdot0.8+0.9\cdot0.8=0.98$$

<u>الطريقة II</u>

الاحتمال بأن يعمل جهاز واحد <u>على الأقلّ</u> في حالة حريق
هو الاحتمال للحدث المكمِّل للحدث: "لا يعمل أيّ جهاز".
لذلك الاحتمال بأن يعمل جهاز واحد على الأقلّ هو:

$$P\left(\begin{matrix}\text{جهاز واحد على الأقلّ}\\ \text{يعمل}\end{matrix}\right)=1-P\left(\begin{matrix}\text{الجهاز الأوّل}\\ \text{لا يعمل}\end{matrix}\quad\begin{matrix}\text{والجهاز الثاني}\\ \text{لا يعمل}\end{matrix}\right)=1-0.1\cdot0.2=1-0.02=0.98$$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.