رياضيات - حسابة التكامل

<u>التكامل الغير محدود אנטגרל בלתי-מסוים</u>

$F(x)$ هي الدالة الأصلية للدالة $f(x)$ في مجال معيين,

لذلك حساب التكامل الغير محدود للدالة $f(x)$ هو:

$$\boxed{F(x) = \int f(x)\,dx + c}$$

عمليّة التكامل هي عمليّة عكسية لعمليّة ايجاد مشتقة $F'(x) = f(x)$.

<u>قواعد تكامل دوال:</u>

c عدد ثابت (ثابت التكامل)

m, b, k برامترات

$\int (k \cdot f(x) + g(x))\,dx = k \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$	$\int k\,dx = kx + c$
$\int (mx+b)^n\,dx = \frac{(mx+b)^{n+1}}{m \cdot (n+1)} + c$	$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
$\int \frac{1}{(mx+b)^n}\,dx = \frac{-1}{m \cdot (n-1) \cdot (mx+b)^{n-1}} + c$	$\int \frac{1}{x^n}\,dx = \frac{-1}{(n-1) \cdot x^{n-1}} + c$
$\int \frac{1}{\sqrt{mx+b}}\,dx = \frac{2\sqrt{mx+b}}{m} + c$	$\int \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = 2\sqrt{x} + c$

أمثلة:

$$\int (x^2)\,dx = \frac{x^3}{3} + c$$

$$\int (24x+4)\,dx = 24\cdot\frac{x^2}{2} + 4x + c = 12x^2 + 4x + c$$

$$\int (6x^7 - 2x)\,dx = 6\cdot\frac{x^8}{8} - 2\cdot\frac{x^2}{2} + c = \frac{3x^8}{4} - x^2 + c$$

$$\int (5 - 18x^3 + 12x)\,dx = 5x - 18\cdot\frac{x^4}{4} + 12\cdot\frac{x^2}{2} + c = 5x - 4.5x^4 + 6x^2 + c$$

$$\int 3(5-18x)^4\,dx = \frac{3(5-18x)^5}{5\cdot(-18)} + c$$

$$\int ((-3x+2)^4 + 4x^5 + 2)\,dx = \frac{(-3x+2)^5}{5\cdot(-3)} + 4\cdot\frac{x^6}{6} + 2x + c$$

$$\int 3(4x-3)^4\,dx = \frac{3(4x-3)^5}{5\cdot 4} + c$$

$$\int (-2(-x-1)^4 + 4x)dx = \frac{-2(-x-1)^5}{5\cdot(-1)} + 4\cdot\frac{x^2}{2} + c$$

$$\int \frac{1}{x^8}\,dx = \frac{-1}{x^7\cdot 7} + c$$

$$\int \frac{-2}{x^5}\,dx = \frac{--2}{x^4\cdot 4} + c = \frac{1}{2x^4} + c$$

$$\int \left(\frac{1}{x^3} + x^3 + (x+1)^3\right)dx = \frac{-1}{2x^2} + \frac{x^4}{4} + \frac{(x+1)^4}{4\cdot 1} + c$$

$$\int \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^6} - \frac{1}{x^8} + \frac{1}{x^{10}}\right)dx = \frac{-1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} - \frac{1}{9x^9} + c$$

$$\int \frac{1}{(2x-6)^2}\,dx = \frac{-1}{(2x-6)^1\cdot 1\cdot 2} + c = \frac{-1}{2(2x-6)^1} + c$$

$$\int \frac{-2}{(-3x-9)^3}\,dx = -2\cdot\frac{-1}{(-3x-9)^2\cdot 2\cdot(-3)} + c = \frac{1}{-3(-3x-9)^2} + c$$

$$\int \left(\frac{4}{(x+9)^7} + 5x^5\right) dx = \frac{-4}{(x+9)^6 \cdot 6 \cdot 1} + 5 \cdot \frac{x^5}{6} + c$$

$$\int \left(\frac{5}{4(-6x+1)^8} + 4(-6x+1)^8 + 8x^8\right) dx = \frac{-5}{4(-6x+1)^7 \cdot 7 \cdot (-6)} + \frac{4(-6x+1)^9}{9 \cdot (-6)} + 8 \cdot \frac{x^9}{9} + c$$

$$\int \frac{2}{\sqrt{x}} dx = 2 \cdot 2\sqrt{x} + c = 4\sqrt{x} + c$$

$$\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{x} + c = \sqrt{x} + c$$

$$\int \left(\frac{-4}{\sqrt{x}} + \frac{4}{x^4}\right) dx = -4 \cdot 2\sqrt{x} + 4 \cdot -\frac{1}{x^3 \cdot 3} + c = -8\sqrt{x} - \frac{4}{3x^3} + c$$

$$\int \left(\frac{5}{-3\sqrt{x}} + \frac{3}{5} \cdot (x+1)^4\right) dx = \frac{5}{-3} \cdot 2\sqrt{x} + \frac{3}{5} \cdot \frac{(x+1)^5}{5 \cdot 1} + c = -\frac{10}{3}\sqrt{x} + \frac{3(x+1)^5}{25} + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{3x+5}} dx = \frac{2\sqrt{3x+5}}{3} + c$$

$$\int \frac{2}{\sqrt{-4x-1}} dx = 2 \cdot \frac{2\sqrt{-4x-1}}{-4} + c = -\sqrt{-4x-1} + c$$

$$\int \left(\frac{-1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{(x+2)^2}\right) dx = -1 \cdot \frac{2\sqrt{x+2}}{1} + \frac{-1}{(x+2)^1 \cdot 1 \cdot 1} + c = -2\sqrt{x+2} - \frac{1}{x+2} + c$$

$$\int \left(\frac{3}{2\sqrt{-2x+7}} + (-2x+7)^7\right) dx = \frac{3}{2} \cdot \frac{2\sqrt{-2x+7}}{-2} + \frac{(-2x+7)^8}{8 \cdot (-2)} + c = \frac{-3\sqrt{-2x+7}}{2} + \frac{(-2x+7)^8}{-16} + c$$

ايجاد دالة اصليّة حسب مشتقّتها ومعطى اخر

$$\boxed{F(x) = \int f'(x)\, dx + c}$$

نعوّض نقطة معيّنة معطاه يمر عبر الرسم البياني للدالة لايجادة قيمة c وثم نجد الدالة الأصلية.