دوال جذريّة

جد البارامتر بكل سؤال حسب المعطيات:

	الدالة	المعطى	الجواب
1	$y=\sqrt{-x^2+6x+a}$	الخط المستقيم الذي يمس الرسم البياني للدالة في النقطة التي فيها $x=1$ يوازي المستقيم: $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x+5$.	$a=7$
2	$y=\frac{x^2}{\sqrt{a-x^2}}$	الرسم البياني للدالة يمر عبر النقطة $(\sqrt{2},\frac{1}{2})$	$a=18$
3	$y=x\sqrt{p-x}$	الاحداثي x للنقطة القصوى الداخلية للدالة هو $x=4$	$p=6$
4	$y=\sqrt{x^2+bx+6}$	الخط المستقيم الذي يمس الرسم البياني للدالة في النقطة التي فيها $x=0$, ميله $-\frac{7\cdot\sqrt{16}}{12}$	$b=-7$
5	$y=x\sqrt{x^2-a}$	للدالة توجد نقاط قصوى بطرف مجالها التعويض عندما $x=4$.	$a=16$
6	$y=\frac{A}{\sqrt{2x-1}}$	الخط المستقيم $y=-x+B$ يمس الرسم البياني للدالة عندما $x=1$.	$A=1$
7	$y=\frac{\sqrt{x^2-a}}{x^2}$	البعد بين النقاط الصفريّة للدالة هو 4.	$a=4$
8	$y=ax^2\cdot\sqrt{b-x}$	احدى النقاط القصوى الداخلية للدالة : $(4,16)$ $a>0$	$a=1$ $b=5$
9	$y=\sqrt{tx^2-16t}$	$t\neq0$ الخط المستقيم الذي يمس الدالة عندما $x=8$ يوازي الخط $y=\sqrt{\frac{2}{3}}x$	$t=\frac{1}{2}$

© VEDSchool

	الدالة	المعطى	الجواب
10	$y=x^2\sqrt{m-2x}$	للدالة توجد نقطة قصوى داخلية التي تتوافق على المستقيم $y=128$.	$m=20$
11	$y=\sqrt{(4-x^2)(x^2+a)}$	الرسم البياني للدالة يمر عبر النقطة $(1,3)$	$a=2$
12	$y=x^2\sqrt{x^2-a^2}$	$a>0$ مجال تعريف الدالة : $x\le -3 , x\ge 3$	$a=3$
13	$y=\frac{8\sqrt{x-k}}{x^2}$	الرسم البياني للدالة يمر عبر النقطة $(7,\frac{16}{49})$	$k=3$
14	$y=\frac{\sqrt{x}}{x-c}$	المماس للرسم البياني للدالة عندما $x=4$ يوازي الخط المستقيم $y=-\frac{3}{8}x+10$	$c=2$
15	$y=\frac{\sqrt{x}-m}{2x+1}$	معطى : $y'_{x=1}=0.5$	$m=2.5$
16	$y=-2\sqrt{a-x}$	معطى : $y'_{x=3}=\frac{1}{2}$	$a=7$
17	$y=(a-x)\sqrt{2x-4}$	المماس للرسم البياني للدالة عندما $x=4$ يوازي محور x	$a=8$
18	$y=\frac{n+\sqrt{x}}{n-\sqrt{x}}$	معطى : $y'_{x=4}=1.5$	$n=3$
19	$y=\frac{3a}{x}\left(\sqrt{x}+\frac{x}{a}\right)$	ميل المماس للرسم البياني للدالة عندما $x=4$ يماس المستقيم $y=\frac{2}{3}x+1$.	$a=8$
20	$y=\sqrt{x}+\frac{a}{x}$	ميل المماس للرسم البياني للدالة عندما $x=4$ هو 1	$a=-12$

© Yes Science

1. $y=\sqrt{-x^2+6x+a}$ الخط المستقيم الذي يمس الرسم البياني للدالة في النقطة التي فيها $x=1$ يوازي المستقيم: $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x+5$.

لهم نفس الميل

أي ميل الدالة عندما $x=1$ هو $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

$$y'=\frac{-2x+6}{2\sqrt{-x^2+6x+a}} \rightarrow y'_{x=1}=\frac{-2\cdot 1+6}{2\cdot\sqrt{-1^2+6\cdot 1+a}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{4}{2\cdot\sqrt{5+a}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$4\cdot\sqrt{3}=2\cdot\sqrt{5+a} \quad |^2$$
$$16\cdot 3=4\cdot(5+a)$$
$$48=20+4a$$
$$4a=28$$
$$a=7$$

---

2. $y=\frac{x^2}{\sqrt{a-x^2}}$ الرسم البياني للدالة يمر عبر النقطة $(\sqrt{2},\frac{1}{2})$

نعوض النقطة بمعادلة الدالة:

$$\frac{1}{2}=\frac{(\sqrt{2})^2}{\sqrt{a-(\sqrt{2})^2}}$$

ضرب تبادلي

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{\sqrt{a-2}}$$
$$\sqrt{a-2}=4 \quad |^2$$
$$a-2=16$$
$$a=18$$

---

3. $y=\underbrace{x}_{\text{ضرب دوال}}\sqrt{p-x}$ الفاصلة x للنقطة القصوى الداخلية للدالة هو $x=4 \Leftarrow y'_{x=4}=0$

$$y'=1\cdot\sqrt{p-x}+\frac{-1}{2\sqrt{p-x}}\cdot x=\sqrt{p-x}-\frac{x}{2\sqrt{p-x}}$$

$$y'_{x=4}=\sqrt{p-4}-\frac{4}{2\sqrt{p-4}}=0 \quad \backslash\cdot 2\sqrt{p-4}$$

$$2(p-4)-4=0$$
$$2p-8-4=0$$
$$2p=12$$
$$p=6$$

© Tip School

4. $y=\sqrt{x^2+bx+6}$ הישר המשיק הנתון משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=0$, שיפועו $-\frac{7\sqrt{6}}{12}$

$$y'_{x=0}=\frac{-7\sqrt{6}}{12}$$

$$y'=\frac{2x+b}{2\sqrt{x^2+bx+6}} \rightarrow y'_{x=0}=\frac{2\cdot 0+b}{2\sqrt{0^2+b\cdot 0+6}}=\frac{b}{2\sqrt{6}}=\frac{-7\sqrt{6}}{12}$$

שיפוע נתון

$$12b=-14\cdot 6$$

$$b=-7$$

---

5. $y=x\sqrt{x^2-a}$ לפונקציה יש נקודות קיצון בקצות תחום הגדרתה כאשר $x=4$.

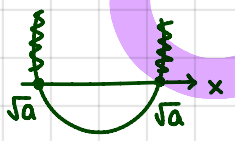
נמצא את תחום ההגדרה: $x^2-a\geq 0$

פונקציה חיובית ↓

$x^2-a=0$

$x^2=a$

$x=\sqrt{a},-\sqrt{a}$



תח"ה: $x\leq-\sqrt{a}$, $x\geq\sqrt{a}$

נקודות קיצון $(\sqrt{a},0)$ $(-\sqrt{a},0)$

$\Downarrow$

$\sqrt{a}=4$

$a=16$

---

6. $y=\frac{A}{\sqrt{2x-1}}$ הישר המשיק $y=-x+B$ משיק לגרף הפונקציה כאשר $x=1$.

שיפוע המשיק -1

$$y'_{x=1}=-1$$

$$y'=\frac{0\cdot\sqrt{2x-1}-\frac{2}{2\sqrt{2x-1}}\cdot A}{2x-1}=\frac{\left(\frac{-A}{\sqrt{2x-1}}\right)}{2x-1}$$

$$y'_{x=1}=\frac{\left(\frac{A}{1}\right)}{1}=A=-1$$

© VED School

7. $y=\frac{\sqrt{x^2-a}}{x^2}$

البعد بين النقاط الصفريّة للدالة هو 4.

نجد النقاط الصفريّة للدالة، نجعل $y=0$:

$$0=\frac{\sqrt{x^2-a}}{x^2} \quad \backslash\cdot x^2$$

$$0=\sqrt{x^2-a} \quad |^2$$

$$0=x^2-a$$

$$x^2=a$$

$$x=\sqrt{a},-\sqrt{a}$$

النقاط الصفرية
$(\sqrt{a},0)$ $(-\sqrt{a},0)$

البعد بين نقطتين صفريتين هو الفرق بينها :

$$\sqrt{a}-(-\sqrt{a})=4$$

$$2\sqrt{a}=4 \quad \backslash:2$$

$$\sqrt{a}=2 \quad |^2$$

$$a=4$$

---

8. $y=ax^2\cdot\sqrt{b-x}$

المدى النقاط القصوى الداخلية للدالة : $(4,16)$

معطى نقطة تقع على الرسم البياني للدالة $y_{x=4}=16$ I

معطى انّ عندما $x=4$ للدالة يوجد نقاط قصوى $y'_{x=4}=0$ II

I $16=a\cdot4^2\cdot\sqrt{b-4}$

$16=16a\cdot\sqrt{b-4} \quad \backslash:16$

$1=a\cdot\sqrt{b-4} \quad |^2$

$1=a^2\cdot(b-4)$

II $y'=2ax\cdot\sqrt{b-x}+\frac{-1}{2\sqrt{b-x}}\cdot ax^2$

$y'_{x=4}=2a\cdot4\cdot\sqrt{b-4}-\frac{a\cdot4^2}{2\sqrt{b-4}}=0 \quad \backslash\cdot2\sqrt{b-4}$

$16a(b-4)-16a=0 \quad \backslash:16a$

$b-4-1=0$

$b=5$

نعوّض بمعادلة I ←

$1=a^2(5-4)$

$a^2=1$

$a=1$

---

9. $y=\sqrt{tx^2-16t}$

$t\neq0$

الخط المستقيم الذي يمس الدالة عندما $x=8$ يوازي الخط $y=\underbrace{\sqrt{\frac{2}{3}}}_{\text{ميله}}x$

$$y'_{x=8}=\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$y'=\frac{2xt}{2\cdot\sqrt{tx^2-16t}}=\frac{xt}{\sqrt{tx^2-16t}}$$

$$y'_{x=8}=\frac{8t}{\sqrt{64t-16t}}=\boxed{\frac{8t}{\sqrt{48}}=\sqrt{\frac{2}{3}}} \quad |^2 \longrightarrow \frac{64t}{48}=\frac{2}{3}$$

$$t=\frac{1}{2}$$

10. $y=x^2\cdot\sqrt{m-2x}$ للدالة توجد نقطة قصوى داخلية التي تتواجد على المستقيم $y=128$.

الداتي y هو 128

نجد الداتي x لنقطة القصوى الداخلية للدالة بدلالة m:

$$y'=2x\cdot\sqrt{m-2x}+\frac{-2}{2\cdot\sqrt{m-2x}}\cdot x^2$$

$$y'=2x\cdot\sqrt{m-2x}-\frac{x^2}{\sqrt{m-2x}}=0 \quad \backslash\cdot\sqrt{m-2x}$$

$$2x(m-2x)-x^2=0$$
$$2xm-4x^2-x^2=0$$
$$2xm-5x^2=0$$
$$x(2m-5x)=0$$

$x=0$ $\quad 2m-5x=0$

$y_{x=0}=0$ $\quad 5x=2m$

$x=\frac{2}{5}m$

حسب الحل $y_{x=\frac{2}{5}m}=128$

$$128=\left(\frac{2}{5}m\right)^2\cdot\sqrt{m-2\cdot\frac{2}{5}m}$$

$$128=\frac{4}{25}m^2\cdot\sqrt{\frac{1}{5}\cdot m} \quad \backslash\cdot\frac{25}{4}$$

$$800=m^2\cdot\sqrt{\frac{1}{5}m} \quad |^2$$
$$640{,}000=m^4\cdot\frac{1}{5}\cdot m \quad \backslash\cdot 5$$
$$3{,}200{,}000=m^5 \quad \backslash\sqrt[5]{}$$
$$m=20$$

---

11. $y=\sqrt{(4-x^2)(x^2+a)}$ الرسم البياني للدالة يمر عبر النقطة $(1,3)$

نعوض النقطة بمعادلة الدالة:

$$3=\sqrt{(4-1^2)(1^2+a)} \quad |^2$$
$$9=3\cdot(1+a) \quad \backslash:3$$
$$3=1+a$$
$$a=2$$

---

12. $y=x^2\sqrt{x^2-a^2}$ $\quad a>0$

مجال تعريف الدالة: $x\le -3,\ x\ge 3$

نجد مجال تعريف الدالة بدلالة a:

$x^2-a^2\ge 0$

الدالة ناقصة

$x^2-a^2=0$

$x^2=a^2$

$x=\pm\sqrt{a^2}=\pm a$

مجال تعريف: $x\le a,\ x\ge a$

حسب الحل $a=3$

Web School

13. $y=\frac{8\sqrt{x-k}}{x^2}$ الرسم البياني للدالة يمر عبر النقطة $(7,\frac{16}{49})$

نعوض النقطة بمعادلة الدالة:

$\frac{16}{49}=\frac{8\cdot\sqrt{7-k}}{49}$ /49

$16=8\cdot\sqrt{7-k}$:8

$2=\sqrt{7-k}$ ^{2}

$4=7-k$

$k=3$

---

14. $y=\frac{\sqrt{x}}{x-c}$ المماس للرسم البياني للدالة عندما $x=4$ يوازي الخط المستقيم $y=-\frac{3}{8}x+10$

لهم نفس الميل

$y'_{x=4}=-\frac{3}{8}$

$y'=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot(x-c)-1\cdot\sqrt{x}}{(x-c)^2}$

$y'_{x=4}=\frac{\frac{1}{2\sqrt{4}}\cdot(4-c)-\sqrt{4}}{(4-c)^2}=\boxed{\frac{\frac{4-c}{4}-2}{16-8c+c^2}=\frac{-3}{8}}$ ضرب تبادلي

$\left(\frac{4-c}{4}-2\right)\cdot 8=-3(16-8c+c^2)$

$2(4-c)-16=-48+24c-3c^2$

$8-2c-16=-3c^2+24c-48$

$3c^2-26c+40=0$

$c=\frac{26\pm\sqrt{26^2-4\cdot3\cdot40}}{6}=\frac{26\pm14}{6}$ ← $c=\frac{20}{3}$ ← $c=2$

---

15. $y=\frac{\sqrt{x}-m}{2x+1}$ ميله $y'_{x=1}=0.5$

$y'=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot(2x+1)-2\cdot(\sqrt{x}-m)}{(2x+1)^2}$

$y'_{x=1}=\frac{\frac{1}{2}\cdot(2+1)-2(1-m)}{(2+1)^2}=\frac{1.5-2+2m}{9}=\boxed{\frac{-0.5+2m}{9}=0.5}$ \·9

$-0.5+2m=4.5$

$2m=5$

$m=2.5$

Vip School

16. $y=-2\sqrt{a-x}$ معطى: $y'_{x=3}=\frac{1}{2}$

$$y'=-2\cdot\frac{-1}{2\cdot\sqrt{a-x}}=\frac{1}{\sqrt{a-x}}$$

$$y'_{x=3}=\boxed{\frac{1}{\sqrt{a-3}}=\frac{1}{2}}$$ ضرب تبادلي

$2=\sqrt{a-3}\ \ |^2$

$4=a-3$

$a=7$

---

17. $y=(a-x)\sqrt{2x-4}$ المماس للرسم البياني للدالة عندما $x=4$ يوازي محور x ميله 0

$y'_{x=4}=0$

$$y'=-1\cdot\sqrt{2x-4}+\frac{2}{2\sqrt{2x-4}}\cdot(a-x)=-\sqrt{2x-4}+\frac{a-x}{\sqrt{2x-4}}$$

$$y'_{x=4}=-\sqrt{24-4}+\frac{a-4}{\sqrt{2\cdot4-4}}=\boxed{-2+\frac{a-4}{2}=0}$$

$\frac{a-4}{2}=2\ \ |\cdot2$

$a-4=4$

$a=8$

---

18. $y=\frac{n+\sqrt{x}}{n-\sqrt{x}}$ معطى: $y'_{x=4}=1.5$

$$y'=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(n-\sqrt{x})--\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot(n+\sqrt{x})}{(n-\sqrt{x})^2}=\frac{\frac{n}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{2}+\frac{n}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{2}}{(n-\sqrt{x})^2}$$

$$y'=\frac{\left(\frac{2n}{2\sqrt{x}}\right)}{(n-\sqrt{x})^2}=\frac{\left(\frac{n}{\sqrt{x}}\right)}{(n-\sqrt{x})^2}$$

$$y'_{x=4}=\boxed{\frac{\frac{n}{2}}{(n-2)^2}=1.5}\ \ |\cdot(n-2)^2$$

$\frac{n}{2}=1.5(n-2)^2\ \ |\cdot2$

$n=3(n^2-4n+4)$

$n=3n^2-12n+12$

$0=3n^2-13n+12\longrightarrow n=\frac{13\pm\sqrt{13^2-4\cdot3\cdot12}}{6}=\frac{13\pm5}{6}$

$n=3$

$n=\frac{4}{3}$

Web School

19. $y=\frac{3a}{x}\left(\sqrt{x}+\frac{x}{a}\right)$

$y=\frac{3a\sqrt{x}}{x}+3$

صيل المماس للرسم البياني للدالة عندما $x=4$ يحاصر المستقيم $y=\frac{2}{3}x+1$

ضرب الميول -1

$y'_{x=4}=-\frac{3}{2}$ اي الميل

$y'=\frac{3a\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot x-1\cdot 3a\sqrt{x}}{x^2}$

$y'=\frac{\frac{3ax}{2\sqrt{x}}-3a\sqrt{x}}{x^2}$

$y'_{x=4}=\frac{\frac{12a}{2\cdot 2}-3a\cdot 2}{16}=\frac{3a-6a}{16}=\boxed{\frac{-3a}{16}=\frac{-3}{2}}$ $\backslash\cdot 16$

$-3a=-24$

$a=8$

---

20. $y=\sqrt{x}+\frac{a}{x}$

صيل المماس للرسم البياني للدالة عندما $x=4$ هو 1

$y'_{x=4}=1$

$y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}+a\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{a}{x^2}$

$y'_{x=4}=\frac{1}{2\cdot 2}-\frac{a}{16}=\boxed{\frac{1}{4}-\frac{a}{16}=1}$ $\backslash\cdot 16$

$4-a=16$

$a=-12$

VEB School
©