

הסתברות הנותנית - תלאת בין האורעות

(זכי יקאל חתה י"א - 804)
חלק ד' - פרק 24

הסתברות נותנית והקטל המחשוב

* הסתברות נותנית $P(A|B)$: ההסתברות להתרחשות האורע A אם יבוע שהתרחש האורע B .
ההסתברות A בהינתן B :
 A מרובץ בלעת $B \Leftrightarrow$ וקוע הלעת A נעלף בוקוע ללעת B .
תלויים

$$P(A|B) \neq P(A)$$

* נתונים שני האורעות A ו- B בנחת האקס Ω . $P(A) \neq 0$.
ההסתברות הנותנית של האורע B בהינתן/בתלוי האורע A :

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{N(B \cap A)}{N(A)}$$

$$P(A|\Omega) = P(A) * \\ P(A|\bar{A}) = 0$$

$$P(B \cap A) = P(B|A) \cdot P(A) \quad \text{כלל המכסלה:}$$

* ננזקר: וזו A ו- B מנעלית (בלתי תלויים) $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(A)} = P(B) \quad \text{וזו:}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A)$$

שאל 1:

בכיתה לומדים x תלמידים. לקראת אולימפיאדת המתמטיקה, ניגשים התלמידים למבחן מיון. 30 תלמידים מצליחים במבחן. מבין התלמידים שמצליחים במבחן רק 10 תלמידים מייצגים את הכיתה באולימפיאדה.

בוחרים באקראי תלמיד אחד מבין כל תלמידי הכיתה.

(א) אם ידוע שהתלמיד הצליח במבחן, מהי ההסתברות שהוא מייצג את הכיתה באולימפיאדת המתמטיקה?

נתון שההסתברות שהתלמיד שנבחר הצליח במבחן וגם מייצג את הכיתה באולימפיאדת המתמטיקה היא $\frac{1}{4}$. כמה תלמידים יש בכיתה?

(ב) כמה תלמידים יש בכיתה?

באולימפיאדת המתמטיקה היא $\frac{1}{4}$. כמה תלמידים יש בכיתה?

פתרון:

נסמן ב-A את המאורע: "התלמיד שנבחר הצליח במבחן".

נסמן ב-B את המאורע: "התלמיד שנבחר מייצג את הכיתה באולימפיאדה".

נסמן ב-S את קבוצת כל התלמידים בכיתה.

מתקיים: $N(S) = x$, $N(B) = 10$, $N(A) = 30$.

(א) יש לחשב את ההסתברות המותנית: $P(B / A)$.

לפי נתוני השאלה, התלמידים שמייצגים את הכיתה באולימפיאדה

נבחרים מתוך קבוצת התלמידים שהצליחו במבחן. לכן: $B \subset A$

ומכאן שחיתוך המאורעות מקיים: $B \cap A = B$.

כעת, לפי הגדרת ההסתברות המותנית וההסבר שלהלן נקבל:

$$P(B / A) = \frac{N(B \cap A)}{N(A)} = \frac{N(B)}{N(A)} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

תשובה: ההסתברות שהתלמיד שנבחר באקראי מייצג את הכיתה

באולימפיאדה, כתנאי שידוע שהוא הצליח במבחן, היא $\frac{1}{3}$.

(ב) לפי הסימונים שלנו, נתונה ההסתברות: $P(B \cap A) = \frac{1}{4}$.

כמו כן, נתון כי: $N(B \cap A) = 10$.

לפי הגדרת ההסתברות: $P(B \cap A) = \frac{N(B \cap A)}{N(S)}$.

מכאן: $\frac{1}{4} = \frac{10}{N(S)}$ ולכן: $N(S) = 40$.

תשובה: ככיתה לומדים 40 תלמידים.

בכיתה המונה 40 תלמידים יש 25 בנות ו-15 בנים. התלמידים נשאלו איזה צבע הם מעדיפים: צהוב או כחול. מבין הבנות – 15 העדיפו כחול בעוד שמבין הבנים – 10 העדיפו צהוב. הנתונים מתוארים להלן בטבלת שכיחויות דו-ממדית.

טבלת שכיחויות	צבע מועדף		סה"כ
	כחול	צהוב	
מין	בנות	15	25
	בנים		10
סה"כ			40

בוחרים באופן אקראי תלמיד/ה מהכיתה הזו.

נסמן ב- A את המאורע: "נבחר בן".

נסמן ב- B את המאורע: "התלמיד/ה שנבחר/ה מעדיף/ה צהוב".

(א) השלימו את השכיחויות החסרות בטבלה.

(ב) חשבו את ההסתברויות הבאות:

$$P(A), P(\bar{A}), P(B), P(\bar{B})$$

$$P(A \cap B), P(A \cap \bar{B}), P(\bar{A} \cap B), P(\bar{A} \cap \bar{B})$$

(ג) חשבו את ההסתברויות המותנות הבאות:

$$P(A/B), P(B/A), P(\bar{A}/B), P(B/\bar{A})$$

$$P(A/\bar{B}), P(\bar{B}/A), P(\bar{A}/\bar{B}), P(\bar{B}/\bar{A})$$

פתרון:

(א) נשלים את הערכים החסרים בטבלה לפי סכומים בשורות ובעמודות.

טבלת שכיחויות	צבע מועדף		סה"כ
	\bar{B} – כחול	B – צהוב	
מין	\bar{A} – בנות	$25 - 15 = 10$	25
	A – בנים	$15 - 10 = 5$	15
סה"כ	$15 + 5 = 20$	$10 + 10 = 20$	40

עם המאורע A: "נבחר בן" זיהינו את קבוצת הבנים, ולכן את קבוצת הבנות זיהינו עם המאורע \bar{A} . בדומה, עם המאורע B: "התלמיד/ה שנבחר/ה מעדיף/ה צהוב" זיהנו את קבוצת התלמידים שמעדיפים צהוב, ולכן את קבוצת התלמידים שמעדיפים כחול זיהינו עם המאורע \bar{B} .

(ב) נחשב את ההסתברויות בעזרת טבלת השכיחויות

(ניתן כמוכן גם לעבור לטבלת הסתברויות ולהיעזר בה).

נסמן ב- S את קבוצת כל התלמידים בכיתה.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

ההסתברות שייבחר בן:

$$P(\bar{A}) = \frac{N(\bar{A})}{N(S)} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

ההסתברות שתיבחר בת:

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(S)} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

ההסתברות שהתלמיד/ה שייבחר מעדיף/ה צהוב:

$$P(\bar{B}) = \frac{N(\bar{B})}{N(S)} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

ההסתברות שהתלמיד/ה שייבחר מעדיף/ה כחול:

$$P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(S)} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

ההסתברות שייבחר בן שמעדיף צהוב:

$$P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(S)} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} \quad \text{ההסתברות שייבחר בן שמעדיף צהוב:}$$

$$P(A \cap \bar{B}) = \frac{N(A \cap \bar{B})}{N(S)} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8} \quad \text{ההסתברות שייבחר בן שמעדיף כחול:}$$

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{N(\bar{A} \cap B)}{N(S)} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} \quad \text{ההסתברות שתיבחר בת שמעדיפה צהוב:}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{N(\bar{A} \cap \bar{B})}{N(S)} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8} \quad \text{ההסתברות שתיבחר בת שמעדיפה כחול:}$$

(ג) נחשב את ההסתברויות בעזרת טבלת השכיחויות

והגדרת ההסתברות המותנית:

$$P(A / B) = \frac{N(A \cap B)}{N(B)} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \quad \begin{array}{l} \text{ההסתברות שהנבחר הוא בן} \\ \text{אם ידוע שהנבחר מעדיף צבע צהוב:} \end{array}$$

$$P(B / A) = \frac{N(A \cap B)}{N(A)} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \quad \begin{array}{l} \text{ההסתברות שהנבחר/ת מעדיף צהוב} \\ \text{אם ידוע שהנבחר הוא בן:} \end{array}$$

$$P(\bar{A} / B) = \frac{N(\bar{A} \cap B)}{N(B)} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \quad \begin{array}{l} \text{ההסתברות שהנבחר הוא בת} \\ \text{אם ידוע שהנבחר מעדיף צבע צהוב:} \end{array}$$

$$P(B / \bar{A}) = \frac{N(\bar{A} \cap B)}{N(\bar{A})} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} \quad \begin{array}{l} \text{ההסתברות שהנבחר/ת מעדיף צהוב} \\ \text{אם ידוע שהנבחר הוא בת:} \end{array}$$

$$P(A / \bar{B}) = \frac{N(A \cap \bar{B})}{N(\bar{B})} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \quad \begin{array}{l} \text{ההסתברות שהנבחר הוא בן} \\ \text{אם ידוע שהנבחר מעדיף צבע כחול:} \end{array}$$

$$P(\bar{B} / A) = \frac{N(A \cap \bar{B})}{N(A)} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \quad \begin{array}{l} \text{ההסתברות שהנבחר/ת מעדיף כחול} \\ \text{אם ידוע שהנבחר הוא בן:} \end{array}$$

$$P(\bar{A} / \bar{B}) = \frac{N(\bar{A} \cap \bar{B})}{N(\bar{B})} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \quad \begin{array}{l} \text{ההסתברות שהנבחר הוא בת} \\ \text{אם ידוע שהנבחר מעדיף צבע כחול:} \end{array}$$

$$P(\bar{B} / \bar{A}) = \frac{N(\bar{A} \cap \bar{B})}{N(\bar{A})} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} \quad \begin{array}{l} \text{ההסתברות שהנבחר/ת מעדיף כחול} \\ \text{אם ידוע שהנבחר הוא בת:} \end{array}$$

שאל 3:

משפחת כהן יוצאת לטייל בחג רק אם לא יורד גשם ומכוניתם לא מתקלקלת. ההסתברות לכך שלא יורד גשם בחג וגם המכונית לא מתקלקלת היא 0.8. ההסתברות לכך שיורד גשם בחג היא 0.1. בחג שחל לפני שבוע לא ירד גשם. מהי ההסתברות שמשפחת כהן יצאה לטייל בחג שחל לפני שבוע?

פתרון:

נסמן ב-A את המאורע: "בחג לא יורד גשם"
 נסמן ב-B את המאורע: "המכונית לא מתקלקלת".
 נתון כי: $P(A \cap B) = 0.8$, $P(\bar{A}) = 0.1$.
 מכאן: $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0.9$. ידוע שבחג שחל בשבוע שעבר לא ירד גשם.
 לכן, נחשב את ההסתברות המותנית: $P(B / A)$.
 לפי הגדרת ההסתברות המותנית: $P(B / A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.8}{0.9} = \frac{8}{9}$

שאל 4:

בכיתה לומדים 28 תלמידים: 12 בנות והשאר בנים.
 4 מבין הבנים ו-4 מבין הבנות דוברים אנגלית ברמה גבוהה.
 בוחרים על-ידי הגרלה תלמיד/ה אחד/ת לייצוג הכיתה במשלחת היוצאת לחו"ל.
 (א) מהי ההסתברות שהתלמיד/ה שנבחר/ה יהיה דובר אנגלית ברמה גבוהה?
 (ב) אם ידוע שהוגרלה בת, מהי ההסתברות שהיא דוברת אנגלית ברמה גבוהה?

פתרון:

נסמן ב-A את המאורע: "בהגרלה נבחרה בת"
 נסמן ב-B את המאורע: " בהגרלה נבחרה דוברת אנגלית ברמה גבוהה".
 (א) בסך-הכל, יש בכיתה 8 תלמידים הדוברים אנגלית ברמה גבוהה:
 $N(B) = 8$ ולכן: $P(B) = \frac{8}{28} = \frac{2}{7}$.
 (ב) יש לחשב את ההסתברות המותנית: $P(B / A) = \frac{N(A \cap B)}{N(A)}$.
 נתון: $N(A \cap B) = 4$ ו- $N(A) = 12$. לכן: $P(B / A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

(1) מטילים קובית משחק הוגנת. נגדיר את המאורעות הבאים:

A : "התקבל מספר זוגי", B : "התקבל מספר הגדול מ-3".

(א) חשבו את ההסתברויות הבאות: $P(A \cap B)$, $P(B)$, $P(A)$.

(ב) חשבו את ההסתברות המותנית: $P(A / B)$.

(ג) חשבו את ההסתברות המותנית: $P(B / A)$.

(א) $\frac{3}{4} = (B / A)P$ (ב) $\frac{3}{2} = (A / B)P$
 (א) $\frac{2}{1} = (A)P$, $\frac{2}{1} = (B)P$, $\frac{3}{1} = (B \cup A)P$

(5) בכיתה המונה 36 תלמידים ישנם 24 בנים ו-12 בנות. ל-20 תלמידים

יש ממוצע ציונים גבוה ול-16 תלמידים יש ממוצע ציונים נמוך.

ידוע כי ל-8 בנות יש ממוצע ציונים גבוה. הנתונים רשומים בטבלת

השכיחויות הבאה (בטבלה גם סומנו באותיות לועזיות קבוצות שונות):

טבלת שכיחויות		ממוצע ציונים	
		B - גבוה	\bar{B} - נמוך
מין	A - בנים		24
	\bar{A} - בנות	8	12
	סה"כ	20	16

(א) השלימו את החסר בטבלה לעיל.

בוחרים באקראי תלמיד מהכיתה הנ"ל. בהתאמה לסימון הקבוצות,

נסמן ב-A את המאורע: "נבחר בן" וב- \bar{A} את המאורע: "נבחרה בת".

כמו כן, נסמן ב-B את המאורע: "לתלמיד הנבחר יש ממוצע ציונים גבוה"

וב- \bar{B} את המאורע: "לתלמיד הנבחר יש ממוצע ציונים נמוך".

(ב) חשבו את ההסתברויות ואת ההסתברויות המותנות הבאות:

$P(A)$, $P(\bar{A})$, $P(B)$, $P(\bar{B})$

$P(A \cap B)$, $P(A \cap \bar{B})$, $P(\bar{A} \cap B)$, $P(\bar{A} \cap \bar{B})$

$P(A / B)$, $P(B / A)$, $P(\bar{A} / B)$, $P(B / \bar{A})$

$P(A / \bar{B})$, $P(\bar{B} / A)$, $P(\bar{A} / \bar{B})$, $P(\bar{B} / \bar{A})$

עבור כל אחת מההסתברויות ומההסתברויות המותנות,

נסחו גם באופן מילולי את ההסתברות המבוקשת.

גודל אוטו לטענה ולזה סא

$(A / B)P =$ גודל אוטו לטענה ולזה סא

$(A \cup B)P =$ גודל אוטו לטענה ולזה סא

$(\bar{A})P =$ גודל אוטו לטענה ולזה סא

(הערה: גודל אוטו לטענה ולזה סא) גודל אוטו לטענה ולזה סא

$\frac{3}{4} = (A / B)P$, $\frac{4}{3} = (B / A)P$, $\frac{2}{1} = (A / \bar{B})P$, $\frac{4}{3} = (B / \bar{A})P$

$\frac{3}{2} = (A \cup B)P$, $\frac{2}{1} = (A \cup \bar{B})P$, $\frac{3}{2} = (\bar{A} \cup B)P$, $\frac{3}{2} = (\bar{A} \cup \bar{B})P$

$\frac{6}{1} = (A \cap B)P$, $\frac{6}{2} = (A \cap \bar{B})P$, $\frac{6}{2} = (\bar{A} \cap B)P$, $\frac{6}{4} = (\bar{A} \cap \bar{B})P$

$\frac{3}{1} = (A / B)P$, $\frac{3}{2} = (B / A)P$, $\frac{3}{2} = (\bar{A} / B)P$, $\frac{3}{2} = (B / \bar{A})P$

$\frac{6}{4} = (A / \bar{B})P$, $\frac{6}{2} = (\bar{B} / A)P$, $\frac{6}{2} = (\bar{A} / \bar{B})P$, $\frac{6}{4} = (\bar{B} / \bar{A})P$

$\frac{3}{1} = (A)P$, $\frac{3}{2} = (B)P$, $\frac{3}{2} = (\bar{A})P$, $\frac{3}{2} = (\bar{B})P$

(ב)

סה"כ	20	16	36
\bar{A}	8	4	12
A	12	12	24
סה"כ	B	\bar{B}	16

(5) (א)

(13) ביישוב מסוים ל- 50% מהמשפחות יש 3 ילדים, ל- 30% מהמשפחות

יש 2 ילדים ול- 20% מהמשפחות יש רק ילד אחד.

מתוך המשפחות עם 3 ילדים: ל- 60% מהן יש רכב.

מתוך המשפחות עם 2 ילדים: ל- 80% מהן יש רכב.

מתוך המשפחות עם ילד אחד: רק ל- 40% מהן יש רכב.

(א) בוחרים משפחת מקרית. מהי ההסתברות שלמשפחה יש רכב?

(ב) אם ידוע שלמשפחה יש רכב, מהי ההסתברות שבמשפחה שני ילדים?

(ג) אם ידוע שלמשפחה אין רכב, מהי ההסתברות שבמשפחה שני ילדים?

(א) $\frac{61}{9}$

(ב) $\frac{13}{12}$

(ג) 0.62 (א) (13)

(14) לבדיקת יעילות החיסון נגד שפעת, נערך סקר בין חברי קופות החולים. התברר

ש- 75% מהחברים שחוסנו לא חלו, ו- 60% מהחברים שלא חוסנו לא חלו.

בנוסף לכך, התברר שאחוז החברים שקיבלו את החיסון הוא 40%.

(א) מהי ההסתברות שחבר מקרי לא יחלה בשפעת?

(ב) בחרנו חבר מקרי וגילינו שהוא חלה בשפעת. מהי ההסתברות שהוא חוסן?

(א) $\frac{41}{5}$

(ב) 99.0 (א) (14)

(22) 200 מועמדים נרשמו ללימודי רפואה במוסד מסוים. 40 נשים התקבלו ללימודים

והן מהוות $\frac{2}{3}$ מכלל המתקבלים ללימודים. מתוך הגברים שנרשמו כמועמדים,

75% לא התקבלו ללימודים.

(א) כמה מועמדים (גברים ונשים) לא התקבלו ללימודים?

(ב) מה היה מספר הגברים שלא התקבלו ללימודים?

(ג) בוחרים באקראי אחד מהגברים שנרשמו ללימודים.

מהי ההסתברות שהגבר שנבחר הצליח להתקבל ללימודים?

(ד) בוחרים באקראי אחד מהמועמדים שלא הצליח להתקבל ללימודים.

מהי ההסתברות שהמועמד שנבחר הוא אישה?

(א) $\frac{7}{1}$

(ב) $\frac{7}{4}$

(ג) 60

(ד) 140 (א) (22)

(23) תלמידי כיתה י"ב יצאו לטיול. הם התפצלו לשני מיניבוסים. במיניבוס האדום

נסעו 10 בנים ובמיניבוס הירוק נסעו 16 בנות. $\frac{3}{8}$ מהבנים נסעו במיניבוס

הירוק. $\frac{4}{9}$ מהנוסעים במיניבוס האדום היו בנות.

(א) מה היה מספר התלמידים בכיתה?

(ב) בוחרים באקראי אחד מהתלמידים שיצאו לטיול.

מהי ההסתברות שנבחרה בת שנסעה במיניבוס האדום?

(ג) בוחרים באקראי אחד מהתלמידים שנסעו במיניבוס הירוק.

מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא בת?

(א) $\frac{11}{8}$

(ב) $\frac{5}{1}$

(ג) 40 (א) (23)

(30) בעיר מסוימת 80% מהתינוקות חוסנו נגד מחלה מסוימת. ההסתברות שתינוק שקיבל חיסון יחלה במחלה היא 0.05. ההסתברות שתינוק שלא חוסן יחלה במחלה היא 0.15.

(א) בוחרים באקראי תינוק מהעיר הזו. מהי ההסתברות שהוא יחלה במחלה?

(ב) מהי ההסתברות שתינוק שלא חלה במחלה לא קיבל חיסון?

(ג) ידוע שתינוק מסוים חלה במחלה. איזו ההסתברות גבוהה יותר:

ההסתברות שהוא קיבל חיסון או ההסתברות שהוא לא קיבל חיסון? נמקו!

(א) $\frac{56}{71}$

(ב) $\frac{56}{71}$

(ג) 0.05

(ד) 0.05

(40) בין המועמדים למשלחת תלמידים לחו"ל מטעם משרד החוץ,

40% הם דוברי אנגלית. $\frac{5}{8}$ מבין דוברי האנגלית הם חברי תנועת נוער.

מחצית מחברי תנועת הנוער, שבין המועמדים למשלחת, הם דוברי אנגלית.

(א) מהי ההסתברות שמועמד כלשהו הוא חבר תנועת נוער?

(ב) כדי להתקבל למשלחת, דרוש שהמועמד יהיה בעל לפחות

אחד משני הכישורים הנ"ל. מהי ההסתברות לכך?

(א) 0.59

(ב) 0.5

(41) בין המועמדים להתקבל למקום עבודה מסוים, 60% הם אקדמאים.

ל- $\frac{2}{3}$ מהאקדמאים יש נסיון קודם בסוג עבודה זה.

כמו כן, ידוע כי $\frac{4}{7}$ מהמועמדים בעלי נסיון קודם הם אקדמאים.

(א) מהי ההסתברות שמועמד כלשהו הוא בעל נסיון קודם?

(ב) כדי להתקבל לעבודה דרוש שהמועמד יהיה לפחות בעל אחת מהתכונות הנ"ל

(אקדמאי ו / או בעל נסיון קודם). מהי ההסתברות לכך?

(א) 0.6

(ב) 0.7

מאורעות תלויים ומאורעות בלתי תלויים

איראית גיר מסיקלת

מאורעות תלויים

וקוק אלת A יתקלט בקוק אלת B
(אלס סעיג)

$$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$$

$$P(A|B) \neq P(A|\bar{B})$$

איראית מסיקלת

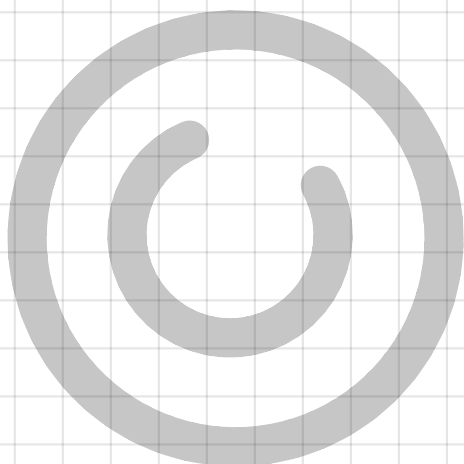
מאורעות בלתי-תלויים

וקוק אלת A לא יתקלט בקוק אלת B
(אלס סעיג)

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A|B) = P(A)$$

$$P(A|B) = P(A|\bar{B})$$



מטילים קובית משחק הוגנת. נסמן מאורעות:

A – בהטלת הקוביה התקבל מספר זוגי.

B – בהטלת הקוביה התקבל מספר גדול מ-2.

C – בהטלת הקוביה התקבל מספר גדול מ-3.

(א) בדקו על-ידי חישוב האם המאורעות A ו-B הם בלתי-תלויים.

(ב) בדקו על-ידי חישוב האם המאורעות A ו-C הם בלתי-תלויים.

פתרון:

מרחב המדגם הוא הקבוצה: $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

נרשום גם את הקבוצות המייצגות את המאורעות A, B ו-C:

$$A = \{2, 4, 6\}, B = \{3, 4, 5, 6\}, C = \{4, 5, 6\}$$

נחשב הסתברויות: $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{2}{3}$, $P(C) = \frac{1}{2}$.

וכן: $P(A \cap B) = P(\{4, 6\}) = \frac{1}{3}$, $P(A \cap C) = P(\{4, 6\}) = \frac{1}{3}$.

(א) מתקיים השוויון: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3}$.

כלומר, המאורעות A ו-B בלתי-תלויים זה בזה.

(ב) מתקיים אי-השוויון: $P(A \cap C) \neq P(A) \cdot P(C)$.

כלומר, המאורעות A ו-C תלויים זה בזה.

מטילים קובית משחק בלתי מאוזנת

6) התוצאות האפשריות בהטלת הקוביה אינן שוות הסתברות. נתון:

$$P(1) = P(2) = P(3) = P(4), P(5) = P(6) = 3 \cdot P(1). \text{ נסמן מאורעות:}$$

A – בהטלת הקוביה התקבל מספר זוגי.

B – בהטלת הקוביה התקבל מספר גדול מ-3.

בדקו על-ידי חישוב האם המאורעות A ו-B הם בלתי-תלויים.

פתרון:

נסמן: $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = x$, $P(5) = P(6) = 3x$.

לפי השוויון: $P(U) = 1$ נקבל: $4x + 2 \cdot 3x = 1$, כלומר: $x = 0.1$.

$$P(A) = P(\{2, 4, 6\}) = x + x + 3x = 0.5 \quad \text{מכאן:}$$

$$P(B) = P(\{4, 5, 6\}) = x + 3x + 3x = 0.7$$

$$P(A \cap B) = P(\{4, 6\}) = x + 3x = 0.4$$

מתקיים אי-השוויון: $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$

כלומר, המאורעות A ו-B תלויים זה בזה.

(12) תלמיד ניגש למבחן אמריקאי ובו 4 שאלות. לכל שאלה יש 4 תשובות אפשריות, ועל התלמיד לסמן בעיגול את התשובה הנכונה. תלמיד ניגש למבחן וסימן באקראי את התשובות ל-4 השאלות הנ"ל.

- (א) מהי ההסתברות שהתלמיד ענה נכון על כל השאלות?
 (ב) מהי ההסתברות שהתלמיד טעה בכל השאלות?

(א) $\frac{256}{1}$ (12)
 (ב) $\frac{256}{81}$

(15) שלושה אנשים יורים למטרה. ההסתברות שהראשון יפגע במטרה היא 0.6. ההסתברות שהשני יפגע במטרה היא p . ההסתברות שהשלישי יפגע במטרה היא 0.9. נתון, כי ההסתברות שאף לא אחד מהם יפגע במטרה, היא 0.008.

- (א) חשבו את p .
 (ב) מהי ההסתברות שבדיוק אחד מהם יפגע במטרה?

(א) $p = 0.8$ (15)
 (ב) 0.119

(25) מטיילים קובית משחק הוגנת. נסמן מאורעות:

- A – "בהטלת הקוביה התקבל מספר זוגי".
 B – "בהטלת הקוביה התקבל מספר גדול מ-3".
 C – "בהטלת הקוביה התקבל מספר קטן מ-5".

- (א) בדקו עבור כל שניים מהמאורעות הנתונים האם הם בלתי-תלויים.
 (ב) האם $A \cup B \cup C$ הם מאורעות תלויים?

המאורעות: A ו- B הם מאורעות תלויים.

המאורעות: C ו- B הם מאורעות תלויים.

(25) המאורעות: A ו- B הם מאורעות תלויים, C ו- A הם מאורעות בלתי-תלויים.

(27) במפעל מסוים מספר הגברים גדול פי 1.5 ממספר הנשים. ל-75% מהנשים העובדות במפעל יש טלפון חכם. כמו כן, ידוע כי 60% מתוך קבוצת העובדים שאין להם טלפון חכם הם גברים. בוחרים באקראי באחד מעובדי המפעל.

- נסמן ב-A את המאורע: "לעובד שנבחר יש טלפון חכם"
 ונסמן ב-B את המאורע: "העובד שנבחר הוא אישה".
 (א) בנו טבלת הסתברויות דו-ממדית לתיאור נתוני השאלה.
 (ב) בדקו האם המאורעות A ו-B הם בלתי-תלויים.

(27) המאורעות: B ו- A הם מאורעות תלויים.

סה"כ	1.0	0.6	0.4
A	0.25	0.15	0.1
A	0.75	0.45	0.3
סה"כ	B	B	B